



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

## ÚSTAV AUTOMOBILNÍHO A DOPRAVNÍHO INŽENÝRSTVÍ

INSTITUTE OF AUTOMOTIVE ENGINEERING

## KONSTRUKČNÍ NÁVRH NESYMETRICKÉ PARABOLICKÉ PRUŽINY

DESIGN OF ASYMMETRICAL PARABOLIC SPRING

### DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

### AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Ondřej Žák

### VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Pavel Ramík

BRNO 2018

## Zadání diplomové práce

Ústav:	Ústav automobilního a dopravního inženýrství
Student:	<b>Bc. Ondřej Žák</b>
Studijní program:	Strojní inženýrství
Studijní obor:	Automobilní a dopravní inženýrství
Vedoucí práce:	<b>Ing. Pavel Ramík</b>
Akademický rok:	2017/18

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č. 111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

### Konstrukční návrh nesymetrické parabolické pružiny

#### Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Náplní práce je provedení analýzy zatížení a vytvoření konstrukčního návrhu nesymetrické parabolické pružiny pro použití na daném vozidle.

#### Cíle diplomové práce:

Vytvořit rešerši konstrukčního provedení parabolických pružin v podvozkových skupinách vozidel. Provést analýzu zátěžných stavů působících na pružinu při její funkci. Navrhnout metodiku měření podélného zatížení pružiny.

Vytvořit konstrukční návrh nesymetrické parabolické pružiny pro dané vozidlo.

Určit zatížení pružiny a provést MKP analýzu jejího funkčního chování ve vozidle. Na základě výsledků konstrukci případně upravit. Tento postup podle potřeby opakovat.

Zhodnotit navrženou metodiku měření podélného zatížení pružiny a vhodnost navržené konstrukce pro použití na vozidle.

#### Seznam doporučené literatury:

GILLESPIE, Thomas. D. Fundamentals of Vehicle Dynamics. Warrendale: Society of Automotive Engineers, 1992. 519 s. ISBN 1-56091-199-9.

JAN, Zdeněk, ŽDÁNSKÝ, Bronislav a ČUPERA, Jiří. Automobily (1): Podvozky. Brno: Avid, spol. s r.o., 2009. 245 s. ISBN 978-80-87143-11-7.

LEEMING, David John a HARTLEY, Reg. Heavy Vehicle Technology. 2nd edition. Leckhampton: Stanley Thomas, 1989. 260 s. ISBN 07-487-0275-X.

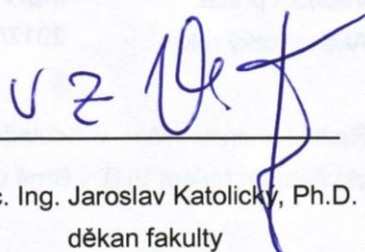
KLEIN, Bernd. FEM Grundlagen und Anwendungen der Finite-Element-Methode im Maschinen- und Fahrzeugbau. Wiesbaden: Vieweg + Teubner Verlag, 2012. 428 s. ISBN 978-3-8348-1603-0.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2017/18.

V Brně, dne 27. 10. 2017



prof. Ing. Václav Pištěk, DrSc.  
ředitel ústavu



doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.  
děkan fakulty

## ABSTRAKT

Tato práce je zaměřena na návrh parabolické pružiny pro nákladní vozidlo. Jedná se o nesymetrickou pružinu, jejíž vlastnosti jsou navrženy především s ohledem na zatížení při prudkém brzdění. Součástí práce je také stručné shrnutí současného pérování nákladních vozidel, analýza zátěžných stavů, návrh pružiny a simulace zatížení, a náhled na testování pružin na podélné zatížení.

## KLÍČOVÁ SLOVA

Parabolická listová pružina, pérování, MKP

## ABSTRACT

This thesis is focused on design of parabolic spring for a truck. Characteristics of the spring are designed mainly with respect to loads during heavy braking. Thesis contains a brief summary of current truck suspension, load states analysis, the spring design and load simulation, and a preview of testing methodology for longitudinal load.

## KEYWORDS

Parabolic leaf spring, suspension, FEM

## BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

ŽÁK, O. *Konstrukční návrh nesymetrické parabolické pružiny*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2018. 61 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Pavel Ramík.

## ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že tato práce je mým původním dílem, zpracoval jsem ji samostatně pod vedením Ing. Pavla Ramíka a s použitím literatury uvedené v seznamu.

V Brně dne 24.května 2018

.....

Ondřej Žák

## PODĚKOVÁNÍ

Tímto bych rád poděkoval svému vedoucímu Ing. Pavlu Ramíkovi za jeho cenné rady, trpělivost, ochotu najít si čas i v nezvyklou dobu a jeho pochopení pro pracující studenty.

Dále bych chtěl poděkovat svému nadřízenému Ing. Pavlu Nekoksovi především za jeho neobvyklý přístup k motivaci.

A v neposlední řadě bych chtěl poděkovat své rodině za dlouholetou všestrannou podporu při studiu.

## OBSAH

Úvod .....	9
1 Podvozky nákladních automobilů .....	10
1.1 Rámy .....	11
1.2 Zavěšení .....	13
1.3 Pérování .....	14
1.3.1 Listová pera .....	15
1.3.2 Vinuté pružiny .....	20
1.3.3 Zkrutné tyče .....	20
1.3.4 Pneumatické odpružení .....	21
2 Provozní zatížení listového pera .....	22
2.1 Svislé zatížení .....	22
2.2 Příčné zatížení .....	23
2.3 Podélné zatížení a brzdný moment .....	23
2.3.1 Testování na podélné zatížení .....	23
3 Konstrukční návrh parabolické pružiny .....	24
3.1 Zadané parametry .....	25
3.2 Zátěžné stavy .....	27
3.2.1 Statické zatížení .....	27
3.2.2 Zatížení při brzdění .....	27
3.2.3 Zatížení při zatáčení .....	29
3.3 Proces návrhu .....	31
3.3.1 Analytický výpočet .....	31
3.3.2 MKP model .....	34
3.3.3 Souměrná referenční pružina .....	37
3.4 Návrh nesymetrické pružiny .....	40
3.4.1 Rozdílné válcování .....	40
3.4.2 Natočení středu pružiny .....	43
3.4.3 Finální design .....	44
3.4.4 Životnost navržené pružiny .....	50
3.4.5 Testování zatížení při brzdění .....	56
Závěr .....	57
Použité informační zdroje .....	58
Seznam použitých zkratk a symbolů .....	60



## ÚVOD

Listové pružiny se používaly ve vozidle už před počátkem automobilismu, ačkoliv se jejich konstrukce měnila stejně jako materiály, ze kterých se vyráběly, princip zůstává stejný. Samozřejmě hmotnosti vozidel se od počátku 19. století značně změnily a jiná je i jejich konstrukce, bezpečnost, nosnost aj. V průběhu času docházelo i k změnám koncepce podvozků, přesto u nákladních vozidel zůstává dominantním řešením tuhá náprava s listovými pružinami, které často neslouží jen jako prvek pérování, ale i vedení nápravy. To samozřejmě způsobuje značné zatížení pružin ve více osách při různých zátěžných stavech, jež mohou v provozu nastat.

V první kapitole této práce je stručné shrnutí různých řešení podvozků nákladních vozidel. To zahrnuje přehled rámců, zavěšení a pérování. To je následováno analýzou zátěžných stavů, jež mohou nastat při provozu parabolické pružiny na podvozku s tuhou nápravou. Konzervativním stanovením konstant a statickou analýzou jsou získány konkrétní síly potřebné pro následnou simulaci. V MKP software je vytvořen model uvažované parabolické pružiny, který zahrnuje určitou míru parametrizace. To samozřejmě usnadní iterování návrhu na základě výsledků analýz průběžných designů pružiny.

Největší potenciál ke zlepšení vlastností pružiny, konkrétně tedy napětí na jejích listech, vykazuje tzv. válcování listů. Jedná se o průběh tloušťky listů pružiny v závislosti na vzdálenosti od středu. U parabolických pružin, jak název napovídá, je určeno průběhem teoretické paraboly, která je definována její výškou a délkou, případně pak odsazením počátku paraboly od počátku půlky listu. Dalším parametrem, který je uvažován jako potenciálně zlepšující je natočení středu pružiny, což ale může mít přínos spíše pro kinematiku nápravy než pro pružinu samotnou.

Po provedení několika iterací změny vybraných parametrů pružiny je na základě vypočítaných závislostí udělán finální návrh. Na modelu tohoto designu je provedena analýza všech zátěžných stavů, zhodnocení maxima a rozložení napětí. Na základě výsledků simulací je následně proveden i výpočet předpokládané životnosti pružiny.

## 1 PODVOZKY NÁKLADNÍCH AUTOMOBILŮ

Podvozek mívají stroje a zařízení určená k pohybu nebo pohyb častěji vyžadující. Podvozek pohyb nejen umožňuje, ale mnohdy zjednodušuje, případně jinak upravuje, ať už pohyb na vodě nebo na souši s jak sypkým, tak pevným povrchem. Podvozek je zpravidla více či méně specializovaný, nejčastěji se s ním setkáme u dopravních prostředků, ale nejen u nich. To zahrnuje jak podvozky hydroplánů, jejichž účelem je držet letadlo nad vodou, tak podvozky vozidel, kde se stará nejen o snížení odporu přesunů, ale například také o komfort a bezpečnost.

Cílem tedy je umožnit přesuny s nižším odporem, nejčastěji valivým. Součástí podvozku vozidel je rám, zavěšení a pérování neboli odpružení. Rám podvozku je zodpovědný za celkovou tuhost nejen podvozku, ale často celého dopravního prostředku. Pomocí pérování je možné snížit vliv vibrací způsobených nerovnostmi povrchu. Tím se zvyšuje životnost mnohých komponent, komfort posádky, ovladatelnost vozidel a je možné i dosahovat vyšších rychlostí. Pomocí tlumení se pak výrazně zkracuje doba dokmitu, což dále zvyšuje bezpečnost a ovladatelnost vozidel, ale také zamezuje rozkmitání některých prvků při jejich vlastních frekvencích.

V automobilovém průmyslu se také jako podvozek označuje nákladní vozidlo bez nástavby. Takový podvozek obsahuje i hnací ústrojí a kabinu. Montáž nástavby pak určuje výslednou specializaci automobilu, se kterou se však počítá už při konstrukci podvozku. [1]



*Obr. 1 „Podvozek“ Scania [7]*

## 1.1 RÁMY

Rám je nosnou částí vozidla, zajišťuje jeho tuhost a jsou na něm umístěny všechny části vozidla včetně pérování a karoserie. Má hned několik funkcí:

- Spojuje mezi sebou nápravy.
- Přenáší na nápravy tíhu nákladu a karoserie.
- Nese hnací soustavu vozidla (motor, převodovka, rozvodovka...).
- Přenáší hnací, brzdné a suvné síly mezi nápravami a karosérií.
- Musí být tuhý a pevný, a zároveň pružný.
- Ideálně i lehký.

Rámů je několik druhů podle jejich konstrukce. [2]

### RÁM OBDÉLNÍKOVÝ (ŽEBŘINOVÝ)

Tento je tvořen dvěma podélníky na několika místech spojeny příčnicí. Spojení se nejčastěji realizuje svařováním nebo nýtováním. V místě uchycení náprav bývají podélníky tvarovány pro umožnění pérování. Rám je poměrně pružný, což je výhoda v terénu, ale nepříznivé pro nastavby a jiné rozměrné tuhé součásti na něm umístěné.



*Obr. 2 Obdélníkový rám [6]*

### RÁM KŘÍŽOVÝ

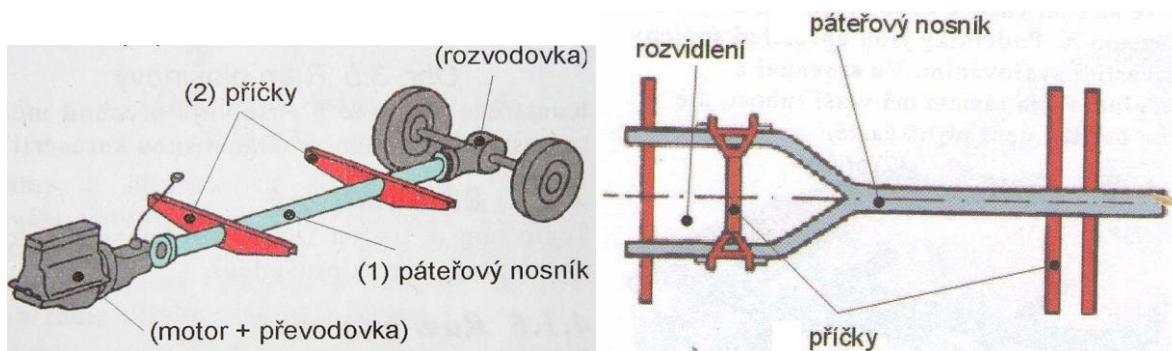
Na rozdíl od obdélníkového jsou podélníky na středu prohnuty směrem k sobě a pevně spojeny, nejčastěji svařováním.



Obr. 3 Rám křížový [8]

### RÁM PÁTEŘOVÝ

Hlavním prvkem rámu je páteřový nosník, hlavní vlastností je tuhost a to zejména torzní. Typickým vozidlem s páteřovým rámem je klasická koncepce Tatra s kyvnými nápravami. Dále se dělí na nastavný a rozvidlený. Nevýhodou nastavného je nemožnost pružného uložení motoru a tím pádem přenášení jeho vibrací, rozvidlený tento neduh odstraňuje.



Obr. 4 Rám páteřový nastavný (vlevo) a rozvidlený [2]

### JINÉ RÁMY

- Smíšený

Může vhodně kombinovat konstrukční prvky výše zmíněných provedení.

- Příhradový

Je tvořen vhodným uspořádáním nosníků plechových výlisků, díky tomu dosahuje rozumné pevnosti při zachování nižší hmotnosti. Používá se převážně u autobusů.

- Pomocný

Je upevněn k nosnému rámu a zpravidla nese hmotnější skupiny, např. převodovku. [2]

## 1.2 ZAVĚŠENÍ

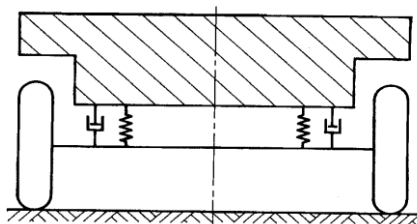
Uchycení kol, při umožnění jejich relativního pohybu k rámu, je zavěšení. Občas se setkáme s pojmem náprava, která je ale tvořena více funkčními celky, např. brzdou nebo hnacím ústrojím. Zavěšení má tyto funkce:

- Musí zajistit možnost pohybu kola převážně ve svislém směru kvůli odpružení a zároveň musí zabránit pohybu kola v nežádoucích směrech, především boční posuv a klopení. Tzv. vedením kola se zabývá kinematika zavěšení.
- Přenáší síly a momenty od kol, svislé, podélné i boční síly, stejně tak brzdný moment a moment od hnacího ústrojí. Proto musí mít i vhodnou pevnost.

Dále jej dělíme na dva druhy, závislé a nezávislé.

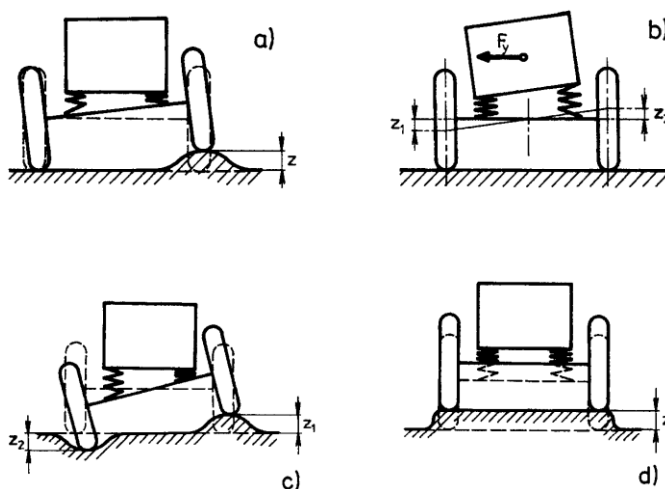
### ZÁVISLÉ ZAVĚŠENÍ

Závislé odpružení, často označované jako tuhá náprava, je nejstarší dodnes hojně používané provedení zavěšení. Nápravou se rozumí sestava skládající se z nápravnice nebo mostové nápravy, zavěšení kol, nábojů ložisek, brzdového ústrojí, pružících a tlumících jednotek a u přední nápravy i řízení. Tuhá náprava se používá především u nákladních vozů, autobusů, terénních automobilů a užitkových vozů. [3]



Obr. 5 Tuhá náprava [3]

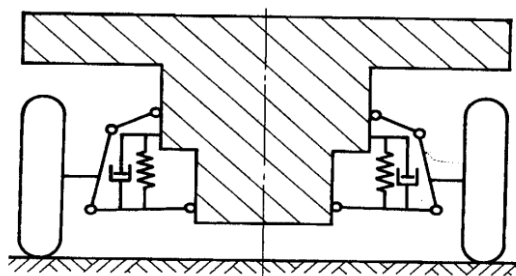
Nejčastější zavěšení tuhé nápravy je pomocí podélných listových pružin, kde pružiny zastávají funkci pérování, vedení i tlumení. Výhodou je jednodušší konstrukce, což jde ruku v ruce s nižší cenou. Nevýhodou pak je pevné spojení kol, takže při nájezdu na nerovnost může dojít k odklonu obou kol, jak je znázorněno na následujícím obrázku.



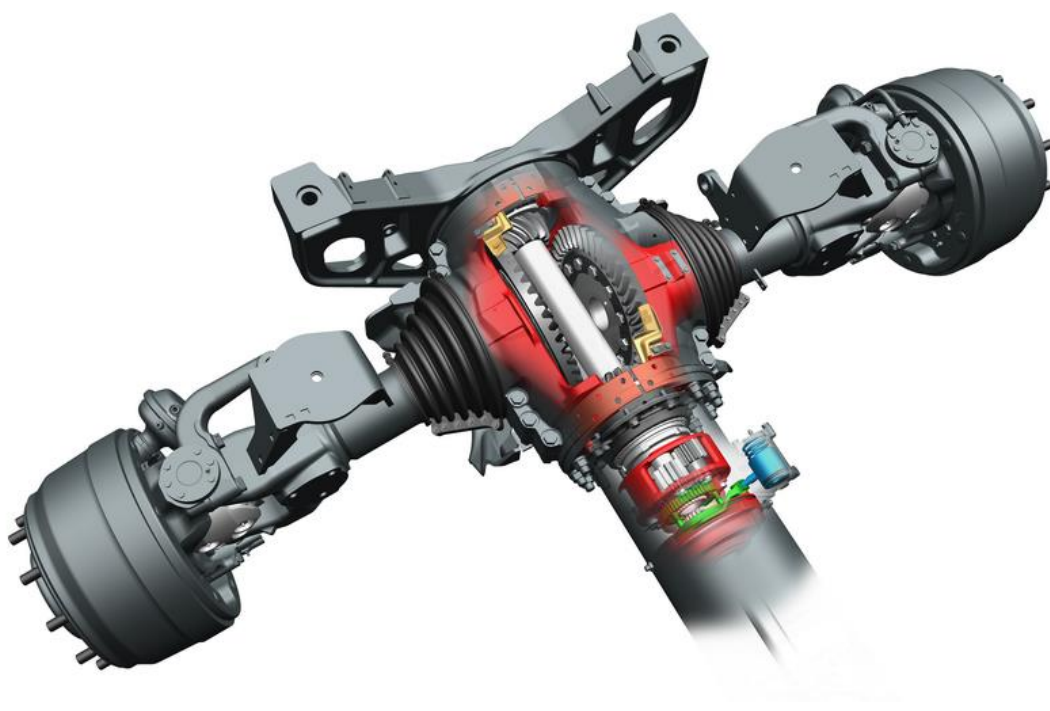
Obr. 6 Pružení tuhé nápravy a) jednostranné b) protiběžné vlivem odstředivých sil c) protiběžné d) stejnoběžné [3]

## NEZÁVISLÉ ZAVĚŠENÍ

U nezávislého zavěšení má pohyb jednoho kola minimální vliv na pohyb ostatních kol. Pohyb je na ostatní kola přenášen pouze nepřímo přes rám nebo samonosnou karoserii, případně na kolo na stejné nápravě může být pohyb záměrně přenášen vhodně tuhým stabilizátorem. V současnosti je nezávislé zavěšení doménou osobních vozidel, přesto se s ním setkáme i u nákladních vozidel. U vozidel Tatra se můžeme setkat s kyvnými polonápravami, vhodnými do těžkého terénu, jejich koncepce je unikátní díky faktu, že polonápravy nejsou v jedné ose, jak lze vidět i na obr. 8. U některých silničních vozidel pak může být lichoběžníkové zavěšení, typické spíše pro osobní automobily. [3] Navzdory nesporné zajímavosti a rozsáhlosti tématu nezávislého zavěšení se mu již příliš věnovat nebudeme, neboť pro cíle této práce je jeho významnost malá.



Obr. 7 Nezávislé zavěšení lichoběžníkové [3]



Obr. 8 Kyvná náprava Tatra [9]

## 1.3 PÉROVÁNÍ

Pérování je tvořeno pružnými prvky umístěnými mezi nápravami a rámem a má několik funkcí:



- Zmírnění vlivu nerovností povrchu v podobě otřesů a rázů
- Udržení kontaktu kol s povrchem
- Snížit především torzní, ale i jiné namáhání rámu

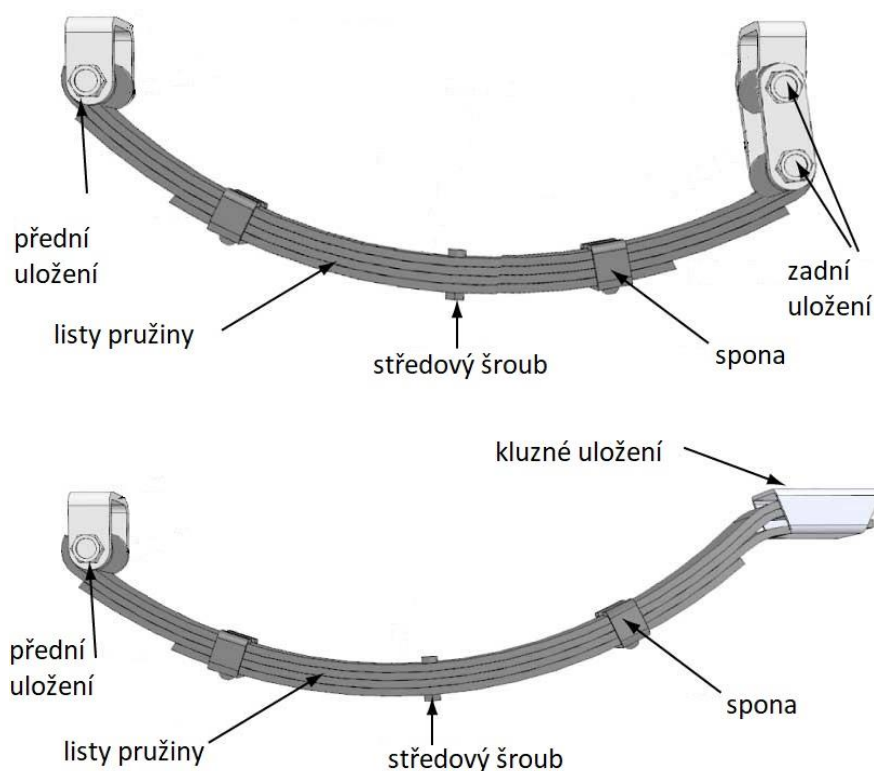
Společně s tlumením má vliv na tyto vlastnosti:

- Bezpečnost jízdy
- Stabilitu při průjezdu zatáčkami
- Pohodlí posádky a zmírnění otřesů nákladu

Pružnými prvky pérování mohou být různé druhy pružin, jak ocelových tak pryžových, pneumatických nebo hydropneumatických. [2]

### 1.3.1 LISTOVÁ PERA

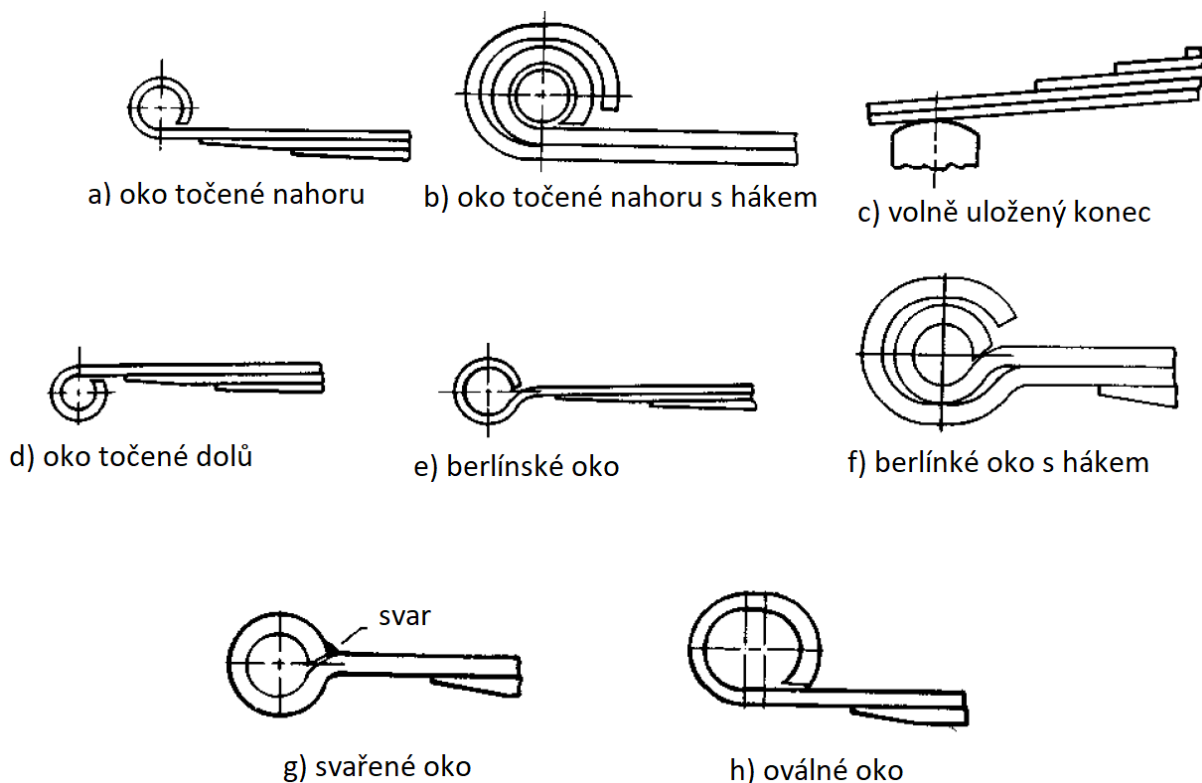
Listová pera jsou pásy z pružinové oceli tzv. listy, zpravidla více listů spojených sponami, třmeny nebo opasky tvoří jednu pružinu. Spojení listů bývá v jednom místě pevné a na dalších místech takové, aby umožňovalo vzájemný pohyb listů v podélném směru pružiny a zamezovalo pohybu listů do stran a jejich oddělení. Vícelistá pera mají vždy hlavní list, který bývá opatřen jedním nebo dvěma oky kvůli uchycení k rámu. Z důvodu změny délky pera při stlačení je nezbytné, aby jedno z uchycení umožňovalo podélný pohyb. To může být umožněno volným závěsem nebo uložením bez oka na jedné straně.



Obr. 9 Možnosti volného uchycení jednoho z konců pružiny [11]

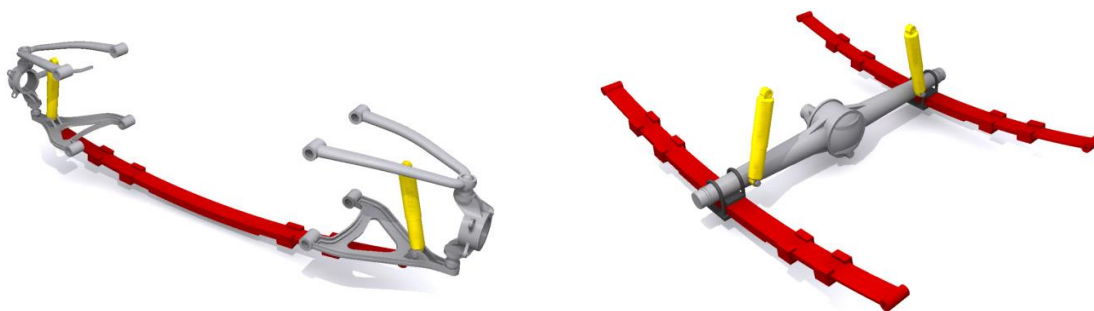
Listy mohou mít různé provedení konců v závislosti na uložení ale také dle jiných požadavků na pružinu. Především oko hlavního listu může být ohýbáno několika způsoby, kdy nejvhodnější se jeví tzv. „berlínské oko“, které přenáší podélné síly na list centrálně, což

pomáhá redukovat tendenci oka se otevírat. Na obr. 10 můžeme různá provedení vidět, nejběžnější je oko točené nahoru, hák plní funkci nouzové podpory v případě prasknutí hlavního listu, u svařeného oka je potřeba svar provést před tepelným zpracováním listu.



Obr. 10 Různá provedení konců listových pružin [12]

Jak již bylo zmíněno, často se listová pera využívají jako vodící prvky tuhých náprav. V tom případě se pak jedná o podélné umístění. Další možností je umístění příčné, které je ale méně běžné a nepředstavuje vodící prvek zavěšení. Umožňuje ale nezávislé odpružení pomocí jedné pružiny, jenž je uchycena ve střední části napevno k rámu nebo samonosné karoserii. Takovouto koncepci zvolilo např. Volvo ve svém osobním voze XC60. [13]

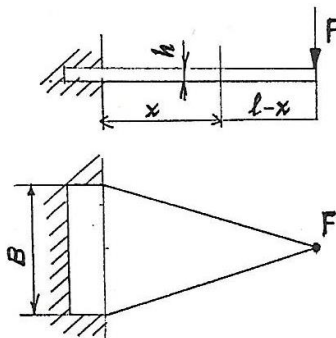


Obr. 11 Příčné (vlevo) a podélné uložení listových pružin [10]



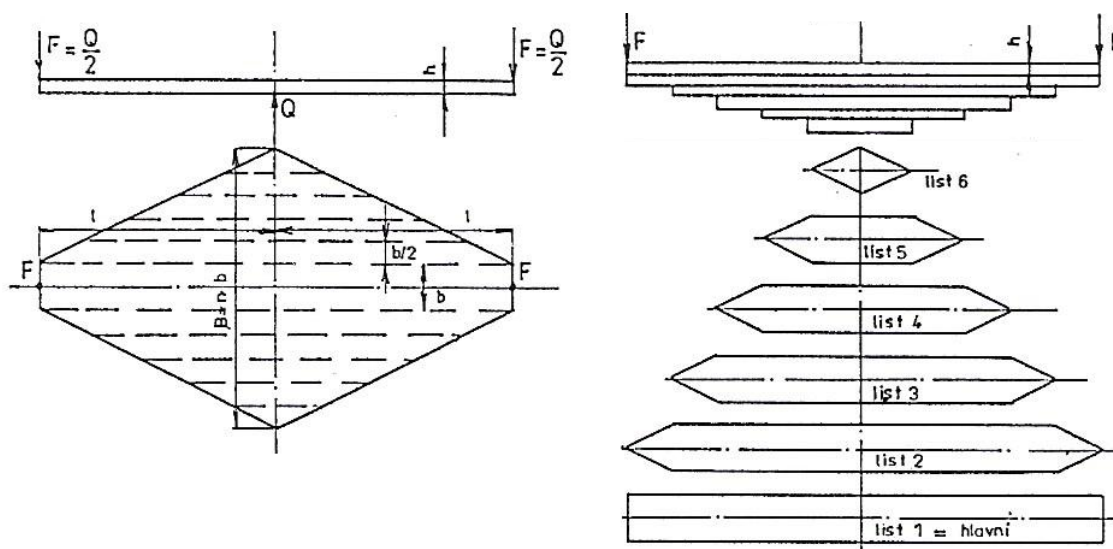
## TRAPÉZOVÁ PRUŽINA

Základem obou typů listových pružin je teoretický výpočet vetknutého nosníku s proměnlivým průřezem. U trapézové, někdy také nazývané klasickou listovou pružinou, se vychází z nosníku s konstantní tloušťkou a proměnlivou šířkou, což je znázorněno na obrázku níže.



Obr. 12 Pružnice s proměnlivou šířkou [4]

Výhoda oproti obdélníkovému tvaru je úspora hmotnosti o polovinu a pokles je výraznější pro neodpruženou hmotu. Bohužel je využití takovéto pružnice nereálné kvůli zástavbovému prostoru na podvozku vozidla. Proto se využívá svazku pružnic, které jsou plochou shodné s teoretickou plochou lichoběžníku. Trojúhelník je taktéž nereálný kvůli uchycení pružiny, pro které je ostrý úzký konec velmi nevhodný, zvláště proto, že často je na konci hlavního listu oko. Jednotlivé pružnice jsou naskládány na sebe tak, že součet momentů setrvačnosti k neutrální ose je roven momentu setrvačnosti průřezu teoretické lichoběžníkové pružnice. Pro větší názornost je rozdělení lichoběžníku na jednotlivé pružnice znázorněno na obr. 13.[4]

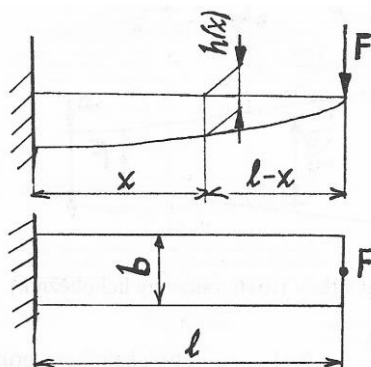


Obr. 13 Vytvoření svazku pružnic [4]

Nevýhodou této pružiny je horší využití materiálu ve srovnání s jinými pružinami, nicméně rozměry a boční tuhost umožňují již výše zmíněné vedení zavěšení. Velkou výhodou převážně trapézové pružiny je vysoká schopnost tlumení způsobená třením listů při jejich vzájemném pohybu v průběhu zatěžování. Listy jsou vyráběny s různými poloměry křivosti a následně staženy opasky, čímž se vytvoří předpětí, což schopnost tlumení dále prohlubuje.

### PARABOLICKÁ PRUŽINA

Parabolická pružina na rozdíl od trapézové vychází z teoretického vetknutého nosníku s proměnlivou tloušťkou (obr. 14). Zároveň je však teoretickému průběhu velmi blízko, rozdíl je v tom, že vetknutí je na středu pružiny a tloušťka pružnice klesá směrem ke krajům. Další odchýlení od teoretického průběhu je v koncích a středu pružiny, kde je na krátké délce tloušťka konstantní kvůli uchycení pružiny. V případě tzv. „půlpera“ je rovná část pouze na koncích, nicméně tloušťka klesá pouze v jednom směru. [4]



Obr. 14 Parabolický průběh tloušťky pružnice [4]

Na rozdíl od trapézové může být parabolická pružina i jednolistá, ale používá se pouze pro nižší zatížení a na podvozcích nákladních vozidel bychom ji hledali jen stěží, taková pružina pak nemá žádné tlumicí účinky, které si vícelistá pružina částečně zachovává.

Vícelistá pružina je složena z pružnic, které nemusí mít průběh podle stejné paraboly, nicméně jejich délka je vždy stejná s roztečí ok hlavního listu a jejich šířka se od středu ke kraji nemění. Listy jsou tvarovány tak, aby se dotýkali pouze na středu a v místě ok, tím je tření mezi listy značně omezeno, což je proti klasické trapézové pružině výhodou.



Obr. 15 Parabolická pružina [14]

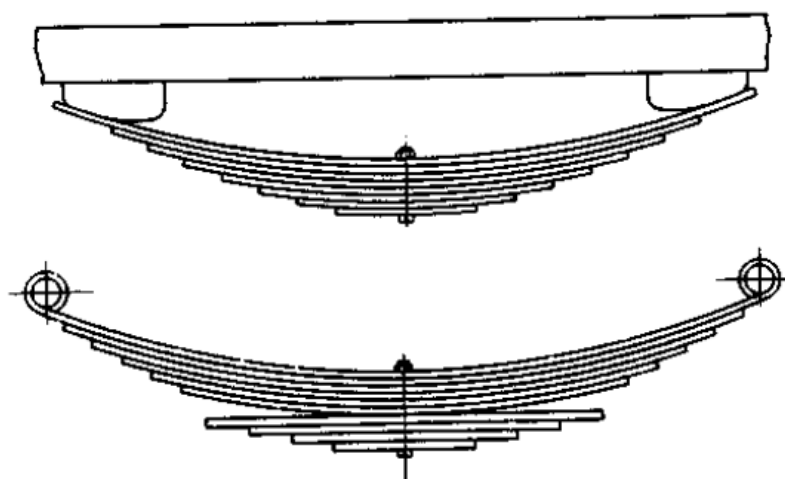
## PROGRESIVITA PÉROVÁNÍ

U listových pružin (nyní opět obecně, trapézové i parabolické) je několik možností jak dosáhnout progresivity pérování, která je u nákladních vozidel žádoucí, jelikož zvýšení zatížení, tedy naložení nákladu, vyžaduje tužší pérování. Máme dva hlavní typy docílení progresivity:

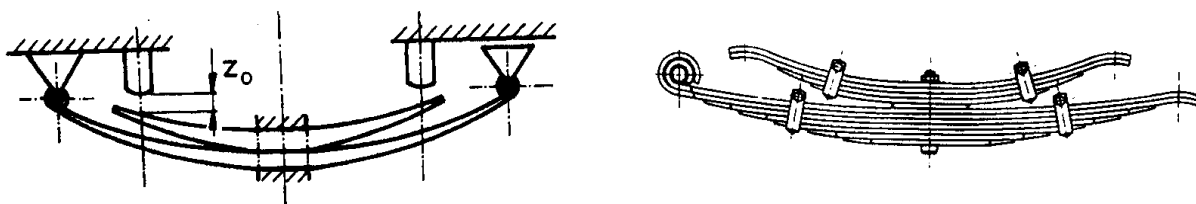
- Uchycení
- Vícetupňová pera

Uchycení je realizováno při průhybu pera dosednutím jeho části na pomocnou opěrnou plochu nebo jeho uložení na odvalovací patce. V obou případech se zkrátí činná délka pružiny a tím se zvýší její tuhost.

Vícetupňová pera mají navíc opěrný list nebo pomocný svazek, v obou případech dojde při zvýšení zatížení k jejich dosednutí a tím zvýšení tuhosti celé pružiny. Pomocný svazek i opěrný list jsou vlastně přídavnou pružinou, pružiny mohou být dvoustupňové i třístupňové. U třístupňové dosedne nejprve jeden pomocný svazek a při dalším zvýšení zatížení i druhý pomocný svazek. Různé typy progresivních per a uložení jsou znázorněny níže. [2][4]



Obr. 16 Pružina uložená na odvalovacích patkách (nahore) a pružina se spodním pomocným svazkem [12]



Obr. 17 Pružina s horním pomocným svazkem dosedajícím na odvalovací patky, schéma (vlevo) a konstrukce [3]

## SHRNUTÍ VLASTNOSTÍ LISTOVÝCH PRUŽIN

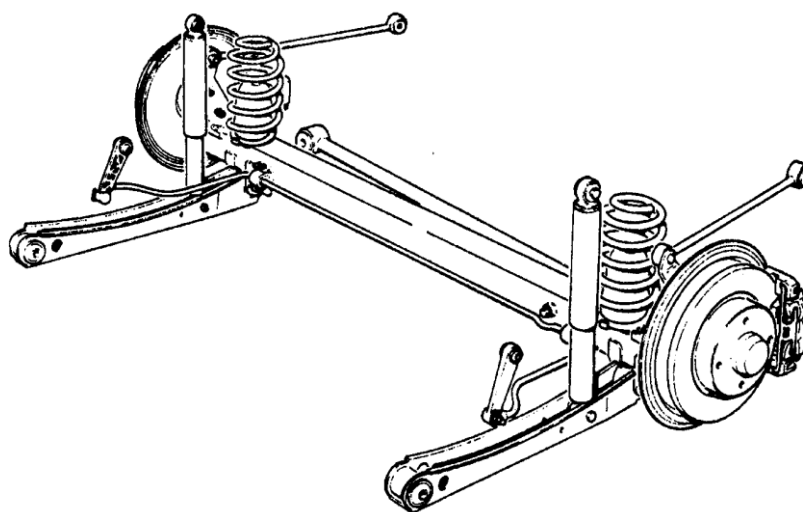
- Schopnost vést nápravu
- Tlumící účinky způsobené třením listů
  - Horší využití materiálu
  - Větší konstrukční složitost

### 1.3.2 VINUTÉ PRUŽINY

Vinuté pružiny jsou nejtypičtější pružný prvek a nejspíš první věcí, kterou si většina lidí vybaví při slově „pružina“. Jsou navinuty z drátu kruhového průřezu vyrobeného z pružinové oceli. Pro správnou funkci pružiny musí síla působit v její ose, toho se dosahuje broušením konců pružin, použitím opěrných talířů nebo navinutím z drátu s kovanými konci.

I u vinutých pružin lze dosáhnout progresivity pérování, a to také více způsoby:

- Pružina s nesterpným stoupáním závitu. Při stlačení dojde k dosednutí závitů s menším stoupáním a tím k zvýšení tuhosti.
- Pružina s proměnným průměrem. Princip je podobný jako u nesterpného stoupání.
- Pružina doplněná o pryžový blok. Tuhost pérování je zvýšena dosednutím pryžového bloku na podložku. [2]



*Obr. 18 Tuhá náprava odpružená vinutými pružinami s pryžovými bloky [3]*

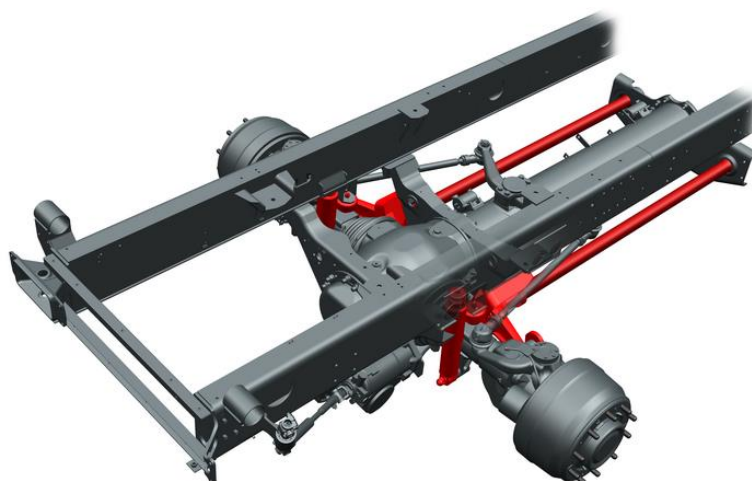
#### VLASTNOSTI VINUTÝCH PRUŽIN

- Jednoduchá konstrukce
- Velmi nízké nároky na údržbu
- Velmi dobré využití materiálu
  - Nutnost konstrukčně zajistit namáhání v ose pružiny
  - Bez znatelných samotlumících účinků [2]

### 1.3.3 ZKRUTNÉ TYČE

Často označované jako torzní tyče, jsou nejčastěji kruhového konstantního průřezu se zesílenými konci opatřeny prvkem na přenesení momentu (např. drážkování). Tyč bývá opatřena obalem z plastu nebo uložena v ocelové trubce chránící tyč proti namáhání v ohybu. Na vozidle může být umístěna podélně i příčně. Progresivity lze dosáhnout doplněním o zkrutnou trubku, která se od určité deformace začne deformovat také a zvýší tím tuhost.

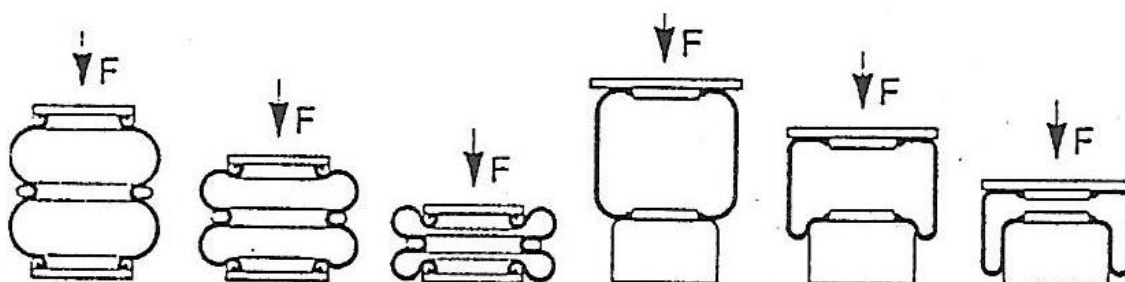
Využitím materiálu se řadí mezi listové a vinuté pružiny, konstrukčně je jednoduchá a údržbu téměř nevyžaduje. Tlumící účinky ani schopnost vést nápravu nemá. [2]



*Obr. 19 Odpružení torzními tyčemi [9]*

#### 1.3.4 PNEUMATICKÉ ODPRUŽENÍ

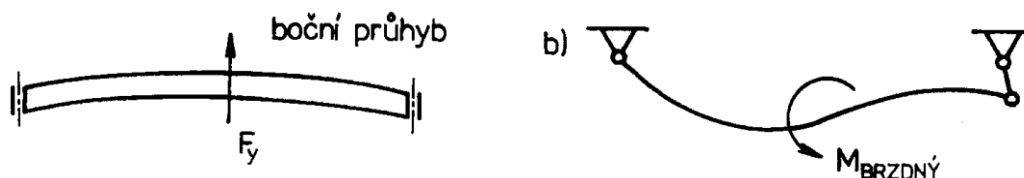
Vzduchové pružiny běžně označované jako „měchy“ jsou zpravidla pryžové nádoby obsahující vzduch, který je v tomto případě pružícím prvkem. Navzdory vysoké konstrukční složitosti nabízí velkou výhodu v nastavitelné progresivitě a v možnosti držet stejnou světlou výšku s prázdným i zatíženým vozidlem. Dva základní typy vzduchových pružin jsou vlnovcová a vaková. [3][4]



*Obr. 20 Změna tvaru vzduchových pružin pod zatížením. Vlnovcová (vlevo) a vaková. [4]*

## 2 PROVOZNÍ ZATÍŽENÍ LISTOVÉHO PERA

Na listová pera jsou v provozu kladeny vysoké nároky, jak na životnost, stálost tuhosti a tvaru, tak odolnost vůči krátkodobému extrémnímu zatížení např. při prudkém brzdění nebo úhybném manévru. Postupně si projdeme jednotlivá zatížení podle os, ve kterých na pružinu působí síly.

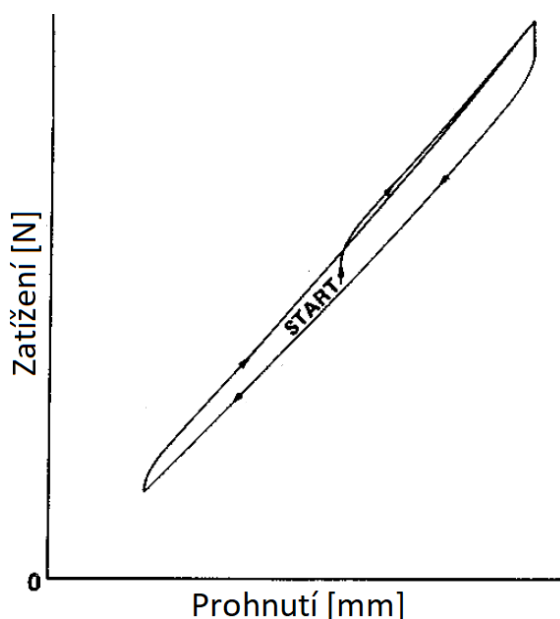


Obr. 21 Deformace pružiny při zatížení boční silou a brzdícím momentem [3]

### 2.1 SVISLÉ ZATÍŽENÍ

Oscilace síly ve svislém směru je primární parametr, podle kterého se pružina navrhuje. Je zohledněna hmotnost prázdného i loženého vozidla a podmínky, v jakých se má vozidlo pohybovat, tedy zda je primárně silniční nebo terénní. Hlavní parametr pružiny je její tuhost. Tuhostí se rozumí závislost deformace na síle působící ve svislém směru. Je-li požadavek na změnu tuhosti se zatížením, použije se již výše zmíněná progresivní pružina. To je u nákladních vozidel žádoucí, neboť vozidlo s pérováním naladěným pro naloženou hmotnost bude bez nákladu velmi tvrdé a na větších nerovnostech bude „odskakovat“, což není žádoucí pro komfort ani bezpečnost jízdy. Naopak vozidlo s pérováním naladěným pro hmotnost na prázdko po naložení „sedne“. U mnoha vozidel se dá dosáhnout i rozumného kompromisu, avšak progresivní tuhost zajistí správné chování v obou zmíněných případech.

Především pro trapézové pružiny se pro svislé zatížení určují i samotlumící účinky pružiny, které se vyskytují u vícelistých pružin. Na obr. 22 vidíme typický diagram tlumících účinků při pomalém testu. Při rychlejší zatěžování jsou charakteristiky velmi podobné, ale šířka a tvar grafu se lehce změnil. Chování při pomalém testu odpovídá provozním tlumícím účinkům při velkých amplitudách zatížení, při malých amplitudách jsou tlumící účinky výraznější. [12]

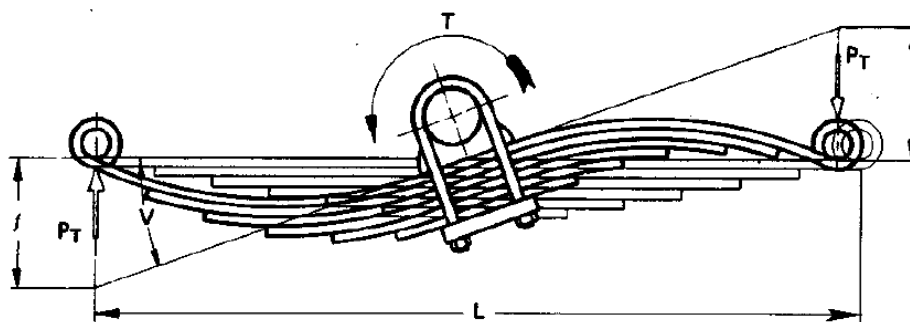


Obr. 22 Typický diagram tlumících účinků při pomalém testu [12]

## 2.2 PŘÍČNÉ ZATÍŽENÍ

V případě změny směru jízdy automobilu působí na pružinu vedoucí nápravu kromě svislého zatížení taky boční síly ve směru os ok. To samozřejmě způsobuje její deformaci, nicméně vzhledem k poměru šířky a tloušťky listů typických pružin nejsou na tuto deformaci příliš náchylné, tedy jejich boční tuhost je značně větší než tuhost svislá. I tak je ale třeba při návrhu pružiny s takovým zatížením počítat. Zvláště citlivé na boční deformaci jsou pružiny dlouhé, které jsou často používány pro zvýšení komfortu. O takových pružinách říkáme, že jsou bočně poddajné a kvůli svým deformacím v příčném směru zhoršují držení vozidla v zatáčce. [3]

## 2.3 PODÉLNÉ ZATÍŽENÍ A BRZDNÝ MOMENT

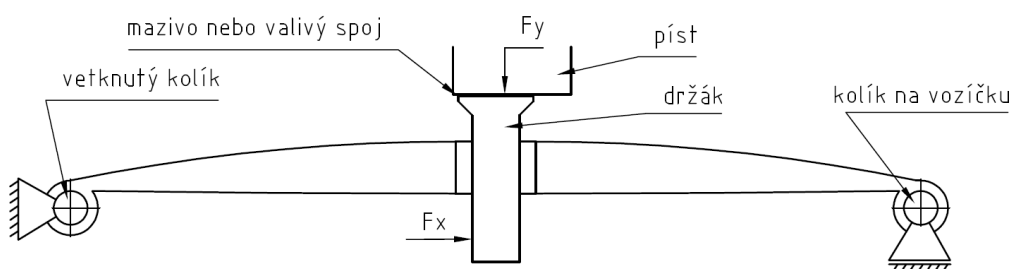


Obr. 23 Deformace pružiny vlivem brzdného momentu ( $T$ ) [12]

Pokud vozidlo brzdí, především tedy při nouzovém brzdění naloženého automobilu, dochází ke značné deformaci pružiny. Vlivem brzdného momentu se pružina kroučí (S-ráz) a zároveň je namáhána v tahu mezi předním okem a místem uložení nápravy. Tímto způsobené deformace vyvolávají značné především ohybové napětí, a proto je s tímto potřeba při návrhu pružiny počítat.

### 2.3.1 TESTOVÁNÍ NA PODÉLNÉ ZATÍŽENÍ

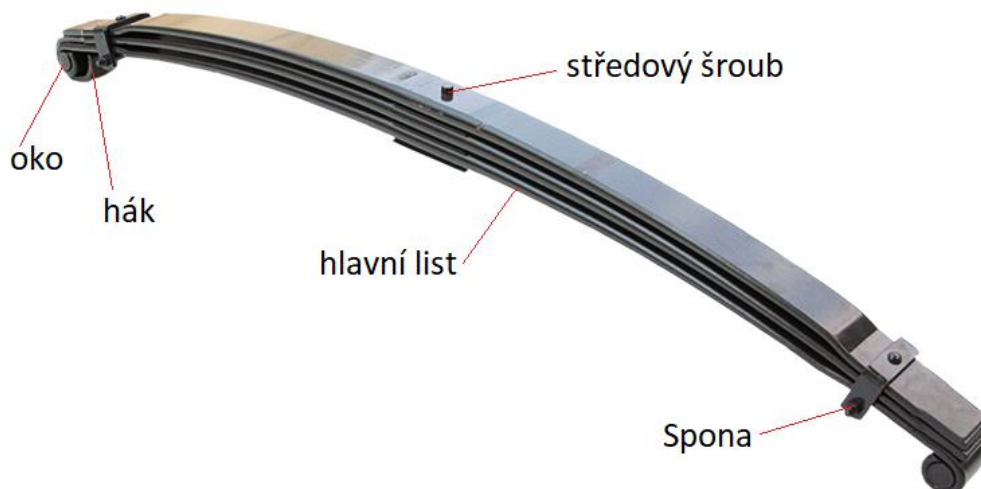
Jelikož se oko nachází pouze na prvním listu, je při brzdění namáhán v tahu pouze ten. Z toho důvodu je požadavek na ověření pevnosti listu a jeho deformaci při namáhání na tah.



Obr. 24 schéma testovacího zařízení

Na obrázku výše je zjednodušené schéma měřícího aparátu. Pružina je na středu upnuta v držáku, do kterého je možné upnout širší škálu různě tlustých a širokých středů pružin. Pružina je při měření otočena kolem podélné osy o  $180^\circ$ , tedy „vzhůru nohama“. V přední části je do oka pružiny vsunut vetknutý kolík, zadní část pružiny má okem vložený kolík, který je na „vozíčku“, zamezujícím pohybu ve svislé ose, ale umožňující pohyb v ose podélné, rotace oka je umožněna na obou koncích pružiny. Na držák na středu je aplikována síla pístem, který je o něj volně opřen přes mazivo nebo valivý spoj, který umožňuje jejich vzájemný pohyb ve vodorovné ose i při zatížení.

### 3 KONSTRUKČNÍ NÁVRH PARABOLICKÉ PRUŽINY



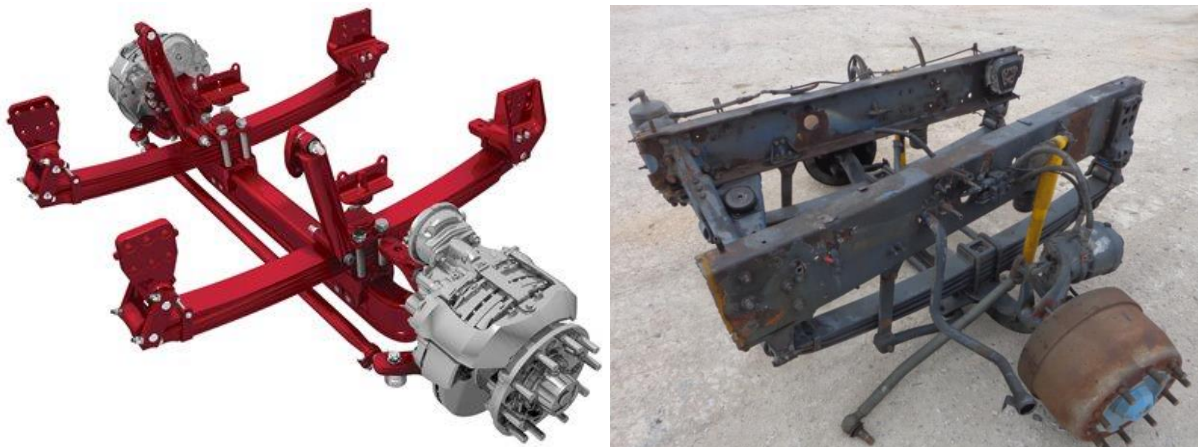
Obr. 25 Části parabolické pružiny [15]

Před uvedením zadaných parametrů, podle kterých má být pružina navržena, jsou rozebrány jednotlivé části konstrukce. Základním prvkem jsou jednotlivé listy, všechny o délce minimálně rozteče ok, s parabolickým průběhem tloušťky na většině délky. Tuhost svazku pružiny se určí jako součet tuhostí jednotlivých listů. Listy po smontování pružiny mají malé předpětí, které je způsobeno jejich záměrně různou křivostí. Pomocí středového šroubu drží listy u sebe, ale ne přímo na sobě. Na středu a často i na krajích pružiny jsou třecí podložky, které zajišťují, aby nedocházelo ke kontaktu listů mimo požadované oblasti. [4]

Oka na konci hlavního listu slouží k uchycení pružiny na rám vozidla, náprava je pak na pružiny uchycena ve střední rovné části listů. Střední rovná část nemusí být přesně mezi oky, stejně tak nemusí mít listy na obou polovinách stejné válcování nebo tvarování, pak se jedná o tzv. nesymetrickou pružinu. Háček druhého listu má především bezpečnostní účel, kdyby došlo k prasknutí prvního listu. Je-li háček jen na jedné straně, je vždy v přední části pružiny, jelikož podélná síla od brzdění se přenáší právě na přední oko.

Dalším prvkem mohou být drážky na jednom nebo obou koncích listů, které zajišťují, aby listy po sobě bočně „neklouzaly“, navíc přenášením bočního zatížení částečně i na spodní listy zvyšují celkovou boční tuhost pružiny. Podobnou funkci mají i spony, ty také mohou být na jednom nebo obou koncích pružiny, drží listy u sebe na koncích pružin. Spony se využívají i v kombinaci s drážkami a zajišťují tak, aby některý z listů z drážky „nevyskočil“, i při použití bez drážek však mohou přenášet boční zatížení z hlavního listu na ostatní. Zároveň spony drží listy u sebe, je-li pružina ve volném stavu, teoreticky pak není potřeba při montáži velkých rozdílů křivostí listů způsobujících předpětí. Další funkcí spony je pak bezpečnost, neboť zabránuje v případě prasknutí kteréhokoliv z listů odlétnutí jeho části a tím zabránuje v případě selhání pružiny poškození dalších systémů na podvozku automobilu.

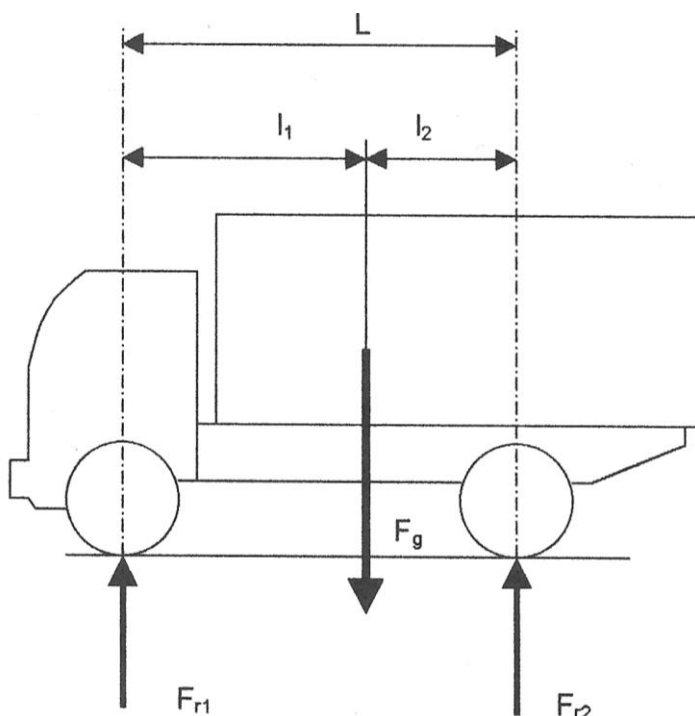




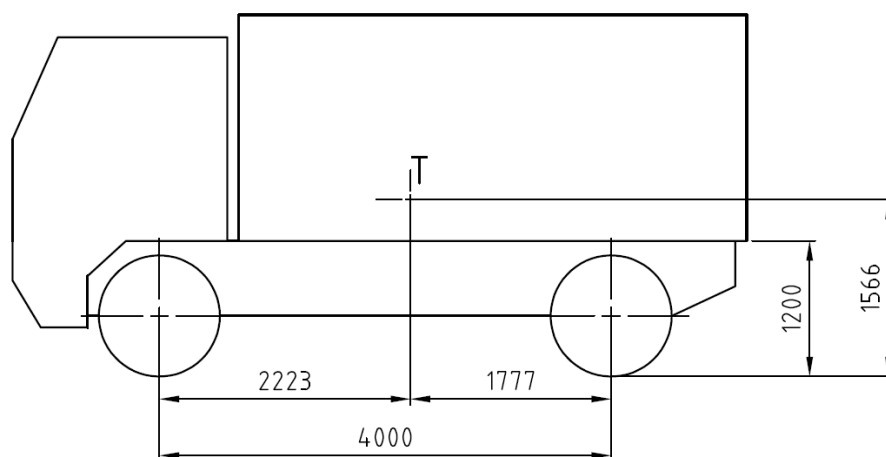
Obr. 26 Příklady předních náprav s odpružením parabolickými pružinami, vlevo náprava Hendrickson [22] vpravo stará náprava z vozu Volvo [21]

### 3.1 ZADANÉ PARAMETRY

Pro návrh je důležité znát parametry uvažovaného vozidla. Vyhláška č. 341/2014 Sb. uvádí maximální dovolené zatížení nápravy 10 t, jedná-li se o hnanou nápravu pak 11,5 t. Zároveň však uvádí maximální hmotnost dvounápravového vozidla 18 t. Tyto parametry splňuje i uvažované vozidlo, zatížení náprav při plném zatížení je stanoveno na 8 t na přední a 10 t na zadní nápravě. Běžně se používá zatížení náprav přední 7 t a zadní 11 t, jelikož byl zvolen konzervativní přístup, bude počítáno s přetížením přední nápravy. Zatížení bez nákladu jsou vpředu 4,6 t a vzadu 3 t s výškou těžiště 1 m. Statické silové působení z bočního pohledu je znázorněno na obrázku 27, vybrané rozměry vozidla zároveň s umístěním těžiště jsou pak zakótovány na obr. 28.

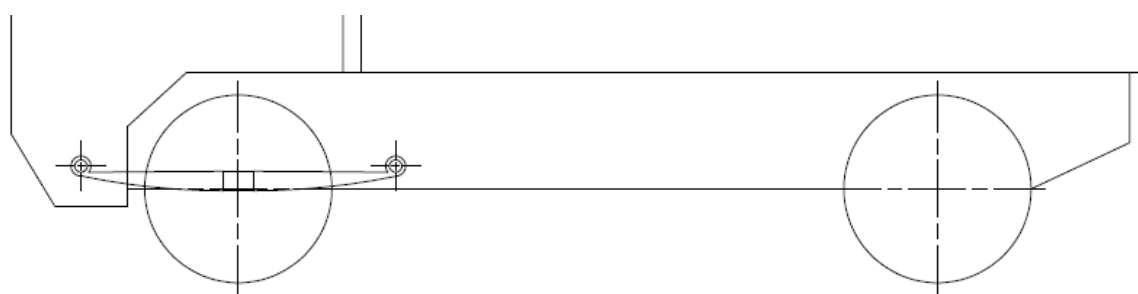


Obr. 27 Statické silové působení, boční pohled [16]



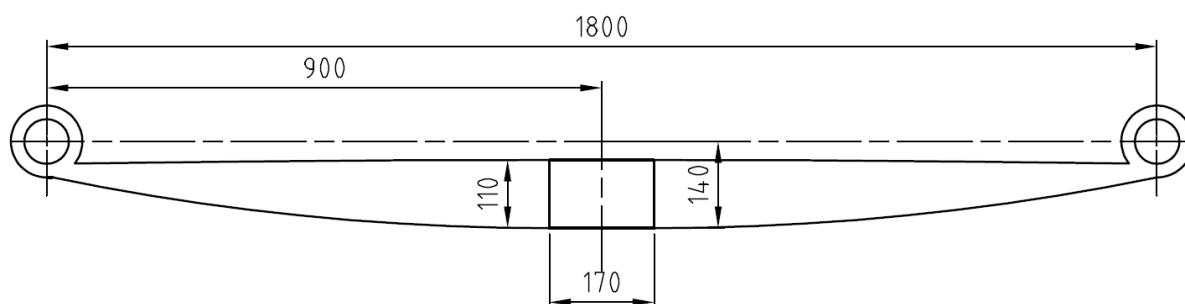
Obr. 28 Umístění těžiště uvažovaného loženého vozu a základní rozměry

Jelikož se během tvorby práce objevily dotazy, jestli pružina není vzhledem ke krátkému rozvoru nákladního vozu příliš dlouhá, na obrázku níže je schéma umístění pružiny na podvozku uvažovaného vozu.



Obr. 29 Umístění pružiny na vozidle

Kromě rozměrů vozidla jsou zadány i vybrané parametry pružiny ve staticky zatíženém stavu. Rozteč ok pružiny má být 1800 mm, výška v zatíženém stavu  $H_1=140$  mm, a tuhost blízko hodnoty 400 N/mm. Schématický náčrt pružiny se zakótovanými rozměry zobrazuje obr. 30. Průřez listů byl určen jako profil C dle EN 10092-1 s šířkou 90 mm, tloušťka ve středu pružiny a válcování listů je volitelný parametr, stejně jako jejich předhyb. Zvoleným materiálem je pružinová ocel 51CrV4.



Obr. 30 zadané rozměry pružiny

### 3.2 ZÁTĚŽNÉ STAVY

Ze zadaných parametrů lze snadno určit statické zatížení pružiny. Dopočítat zatížení při brzdění nebo zatačení je už méně triviální úloha, v této práci ale bude zvolena určitá úroveň zjednodušení, umožňující výpočet pouze v několika krocích.

#### 3.2.1 STATICKÉ ZATÍŽENÍ

Statické zatížení se vypočítá vynásobením hmotnosti gravitačním zrychlením, tím získáme sílu od gravitačního působení  $F_g$ . Zatížení náprav je zadáno výše, u přední nápravy 8 t což odpovídá 8 000 kg. Síla  $F_{r1}$  působící na přední nápravu se rovná:

$$F_{r1c} = m \cdot g = 8000 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ ms}^{-2} = 78480 \text{ N}$$

Zároveň se na každé nápravě nachází dvě pružiny, statické zatížení jedné z nich se pak rovná polovině síly na nápravě:

$$F_{r1} = \frac{F_{r1c}}{2} = \frac{78480 \text{ N}}{2} = 39240 \text{ N}$$

Obr. 28 znázorňuje výšku těžiště, tento parametr byl dopočítán ze zadaných parametrů a zvolením nákladu. Aby uvažované vozidlo dosáhlo požadovaného zatížení náprav při naložení, bylo potřeba dodržet, aby se těžiště nákladu nacházelo 2,65 m za osou přední nápravy. Jako náklad byly zvoleny brambory v pytlích, naložené na přední části ložné plochy v délce 3,91 m. Skladovací prostor této suroviny je 1,5 m<sup>3</sup> na tunu [19], bylo tedy nutné je navrstvit do výšky 1,56 m. Tímto byl dodržen požadavek na zatížení náprav ve správném poměru, zároveň pak bylo možné dopočítat výšku těžiště. Ta byla vypočítána za předpokladu konstantní hustoty nákladu a těžiště prázdného automobilu ve výšce 1 m. Je potřeba zdůraznit, že tento typ nákladu umístěný takovýmto způsobem je pouze hypotetický, umístění těžiště je však reálné. Výšku těžiště vypočítáme:

$$T_y = \frac{T_{ynákladu} \cdot m_{nákladu} + T_{yprázdné} \cdot m_{prázdné}}{m_{celková}} = \frac{1,98 \text{ m} \cdot 10,4 \text{ t} + 1 \text{ m} \cdot 7,6 \text{ t}}{18 \text{ t}} = 1,56 \text{ m}$$

#### 3.2.2 ZATÍŽENÍ PŘI BRZDĚNÍ

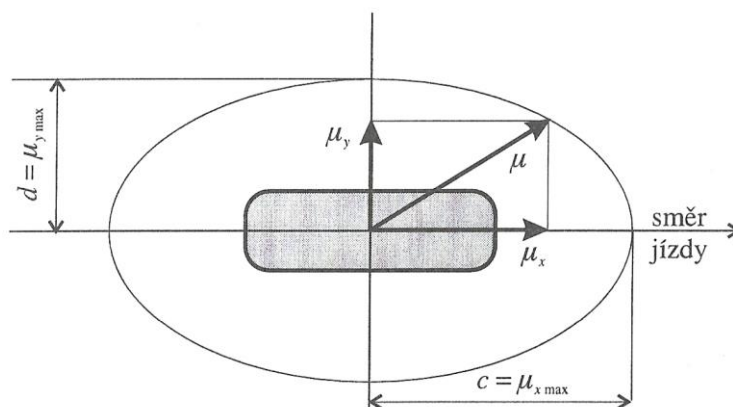
Důležitou konstantou pro výpočet brzdných sil je koeficient tření kola a vozovky. Součinitel adheze pneumatiky běžně bývá 0,1 až 0,9 a mění se v závislosti na mnoha faktorech, jsou to:

- Vlastnosti pneumatiky
- Vlastnosti povrchu vozovky (v tab.1 vybrané povrchy s vyššími součiniteli)
- Vlhkost prostředí, množství vody na vozovce
- Rychlost jízdy
- Teplota
- A jiné (např. huštění)

Povrch		$\mu$
beton	suchý	0,8 - 1,0
	mokrý	0,5 - 0,8
asfalt	suchý	0,6 - 0,9
	mokrý	0,3 - 0,8

Tab. 1 Součinitele adheze na různém povrchu [17]

Za předpokladu velmi konzervativního přístupu volíme v přímém směru koeficient  $\mu_x=0,9$ , k hodnotě 1 je možné se přiblížit pouze na velmi dobrých až závodních pneumatikách.



Obr. 31 Elipsa adheze [17]

Aby bylo možné vypočítat brzdný moment, je potřeba také znát poloměr kola. Na uvažovaném vozidle jsou na přední nápravě obuty pneumatiky 385/65 na disku R22,5, což odpovídá poloměru kola  $r_{kola}=536$  mm. V reálných podmínkách se samozřejmě poloměr mění v závislosti na huštění, zatížení, rychlosti, skluzu nebo valení pneumatiky. Zde je však použit zjednodušený modelový případ ideálně kruhovitěho kola.

Na obr. 32 jsou znázorněny síly působící při brzdění, na základě těchto silových působení a známých rozměrů můžeme provést statickou silovou analýzu pro síly v osách X a Y, a moment na ose Z. Kvůli zjednodušení byl vliv náklonu vozu zanedbán. Jako počátek souřadného systému nyní volíme bod na ose X svisle pod těžištěm. Při výpočtu uvažujeme polovinu auta.

$$x: F_d = F_{b1} + F_{b2}$$

$$y: F_g = F_{r1b} + F_{r2s}$$

$$M_z: F_d \cdot T_y = F_{rd1} \cdot T_{xp} - F_{rd2} \cdot T_{xz} \Rightarrow F_{rd1} \cdot T_{xp} = F_d \cdot T_y + F_{rd2} \cdot T_{xz}$$

Pomocí doplňkových rovnic závislostí proměnných je zredukován počet neznámých. Závislost třecí síly na normálové síle:

$$F_{b1} = F_{r1b} \cdot \mu; F_{b2} = F_{r2b} \cdot \mu \Rightarrow F_d = \mu \cdot F_g$$

Pro zachování rovnováhy sil  $F_{rd1} = -F_{rd2}$ , pak:

$$F_{rd1} \cdot x_p = F_d \cdot T_y - F_{rd1} \cdot T_{xz} \Rightarrow$$

$$F_{rd1} = \frac{\mu \cdot F_g \cdot T_y}{(T_{xp} + T_{xz})} = \frac{0,9 \cdot 18t \cdot 9,81ms^{-2} \cdot 1,56m}{2223m + 1777m} \cong 30989 \text{ N}$$

Maximální svislá síla na přední nápravu při brzdění tedy bude:

$$F_{r1b} = F_{rd1} + F_{r1s} = 30989N + 39240N = 70229N$$

Maximální podélná síla na přední nápravě je pak vypočítána jako:

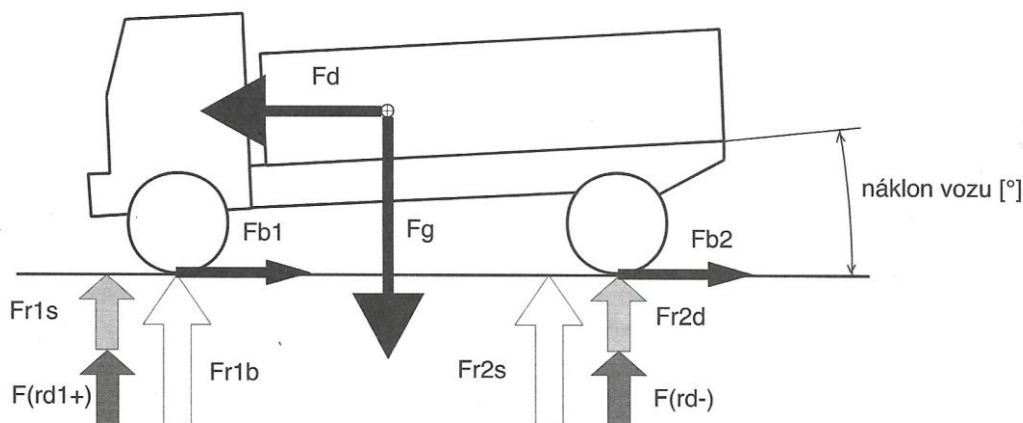
$$F_{b1} = F_{rd1} \cdot \mu = 70229 \cdot 0,9 = 63206N$$

Vzdálenost působíště podélné síly na pružinu a dotyku kola se silnicí je ramenem brzdného momentu. Je to součet vzdálenosti pružiny a osy přední nápravy s poloměrem kola. Osa přední nápravy je umístěna 10 mm nad nejnižší částí středu pružiny.

$$l_{fb1} = r_{kola} + l_{opp} = 536 - 10 = 526mm = 0,526m$$

Maximum brzdného momentu můžeme spočítat jako maximum podélné síly vynásobené ramenem.

$$M_{brzdny} = F_{b1} \cdot l_{fb1} = 63206N \cdot 0,526m = 33246Nm$$



Obr. 32 Síly při brzdění [16]

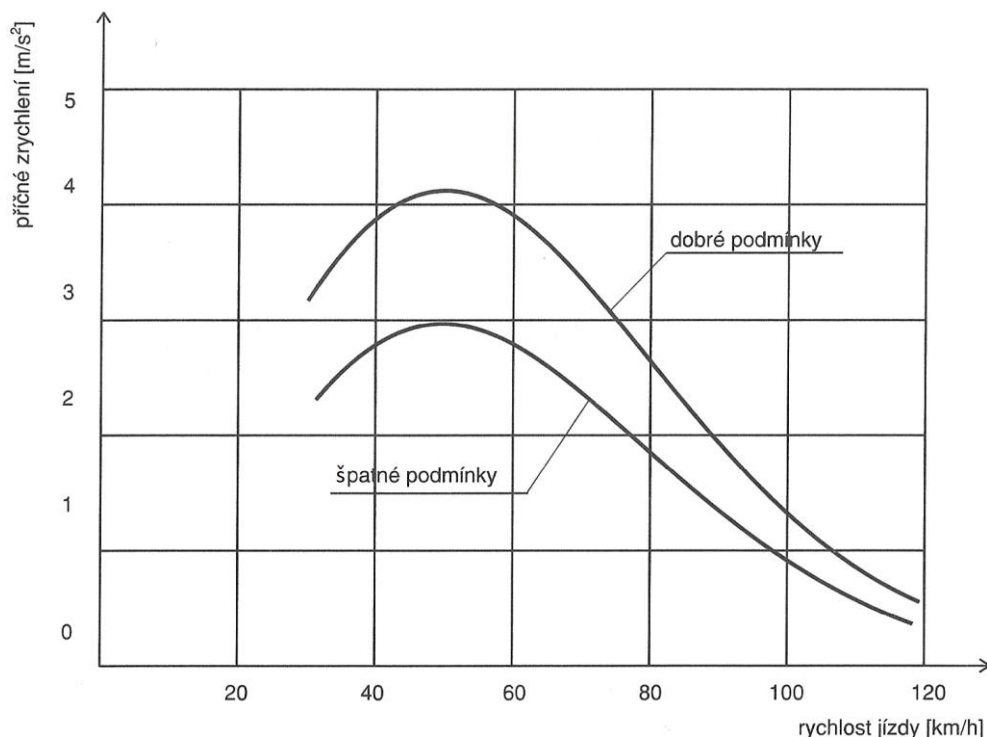
Z výpočtů je zřejmé, že zvětšování rozvoru a posouvání těžiště do zadní části vozidla má pozitivní dopad na velikost změny zatížení přední nápravy při brzdění.

### 3.2.3 ZATÍŽENÍ PŘI ZATÁČENÍ

Zřídka se stává, že by nákladní vozidla jela zatáčkou na hranici svých možností, je ale potřeba s takovou možností počítat. Nejčastěji toto nastane, snaží-li se řidič vozidla vyhnout nenadálé překážce. Jak už bylo zřejmé z obr. 31, pneumatiky nepřenesou v bočním směru takové síly jako v podélném, jinak řečeno nemají v bočním směru tak vysoký součinitel adheze. Pro boční zatížení volíme  $\mu_y=0,5$ . Maximální boční zrychlení pak může být:

$$a_{boční} = g \cdot \mu_y = 9,81 \cdot 0,5 = 4,905ms^{-2}$$

Což vzhledem k běžně dosahovaným bočním zrychlením je stále dosti konzervativní volba.



Obr. 33 Graf v provozu dosahovaných příčných zrychlení [16]

Pro zatížení bočními silami opět musíme vzít v potaz výšku těžiště, jelikož se vozidlo bude při účinkování bočních sil klopit. To způsobí nestejně zatížení pružin levé a pravé strany. Maximální boční síla působící na vozidlo na přední nápravě bude:

$$F_{bo1} = F_{r1} \cdot \mu_y = 78480N \cdot 0,5 = 39240N$$

Jelikož se jedná o tuhou nápravu, dá se předpokládat, že boční síly se na pružiny přenesou v poměru 50/50. Boční síla na jednu pružinu pak bude:

$$F_{boční} = \frac{F_{bo1}}{2} = \frac{39240N}{2} = 19620N$$

Pro zjednodušení budeme počítat, že se těžiště nachází na svislé rovině dělící vozidlo v podélném směru na dvě poloviny, tedy „uprostřed“. Dalším zjednodušením je, že není bráno v potaz natočení kol na přední nápravě, dalo by se říci, že počítáme s vyššími rychlostmi, kdy i při malém natočení kol při jízdě na velkém poloměru působí vysoké odstředivé síly. Působí síly mezi vozovkou a pneumatikou je uvažováno v půlce šířky běhounu pneumatiky. Vzdálenost těchto bodů k vodorovné souřadnici těžiště je 1057,5 mm. Ze statické momentové rovnováhy při působení odstředivé síly do těžiště dostaneme vztah pro výpočet zatížení pružiny na vnější straně.

$$F_{zatSv} = \frac{F_{bo1} \cdot T_y}{z_{t1}} = \frac{39240N \cdot 1,56m}{2 \cdot 1057,5mm} = 28943N$$

Svislá síla na pružinu pak bude součet statického zatížení a zatížení vlivem odstředivé síly:

$$F_{zat} = F_{stat} + F_{zatSv} = 39240N + 28943N = 68183N$$

### 3.3 PROCES NÁVRHU

#### 3.3.1 ANALYTICKÝ VÝPOČET

Pro zjednodušení procesu návrhu byl vytvořen výpočetní nástroj usnadňující volbu některých parametrů při vytváření modelu pro MKP analýzu. Výpočet je založen na vetknutém nosníku, první zjednodušení spočívá ve vetknutí pružiny na středu a výpočtu jednotlivých polovin listů a na následném součtu jejich tuhostí, druhým zjednodušením je neuvažování počátečního zakřivení listů. Tento výpočet byl realizován numerickou integrací v programu MS excel. Nejprve jsou uvedeny teoretické vztahy a následně implementace.

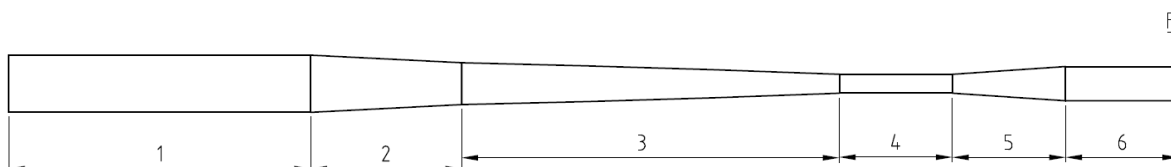
Pro výpočet vetknutého nosníku potřebujeme znát jeho průřez, který je, jak bylo výše zmíněno, profil C dle EN 10092-1, tedy obdélník se zaoblenými rohy o poloměru  $r=6$  mm. Aby byl dodržen tento poloměr, musí být šířka listu po rozválcování minimálně 12 mm.

Postup výpočtu:

- Stanovení kvadratického momentu
- Výpočet poddajnosti listů
- Celková tuhost pružiny

List pružiny je z praktických důvodů dělen na 6 úseků (Obr.):

1. Rovný střed
2. Přejechod do parabolické části
3. Parabolická část
4. Rovná část za parabolickou
5. Rozšiřující část
6. Rovná koncová část



Obr. 34 Sektory parabolické listové pružiny

#### STANOVENÍ KVADRATICKÉHO MOMENTU

Podle normy vypočítáme kvadratický moment z uvedeného vzorce:

$$J_y = \frac{b \cdot t^3}{12} - r^2 \cdot \left( r^2 \cdot \left( 16 - \frac{5\pi}{4} \right) - r \cdot t \cdot \frac{(10 - 3 \cdot \pi)}{3} + t^2 \cdot \left( 4 - \frac{\pi}{4} \right) \right)$$

Kde:

[20]

b ... šířka listu [mm]

t ... tloušťka listu [mm]

r ... poloměr zaoblení obdélníkového průřezu [mm]

J ... kvadratický moment průřezu [mm<sup>4</sup>]

Jak bylo zmíněno výše, poloměr zaoblení je uvažován na celé délce listu 6 mm, šířka 90 mm. Jediný proměnný parametr na délce listu je tedy jeho tloušťka t.

**VÝPOČET PODDAJNOSTI LISTŮ**

Druhým krokem analytického výpočtu je stanovení poddajnosti jednotlivých listů. Směr výpočtu byl zvolen od vetknutého středu ke kraji listu. Je-li tuhost pružiny síla potřebná ke stlačení o jednotku délky, pak poddajnost je její převrácená hodnota. Poddajnost je tedy stlačení pružiny vydělené silou. Z Castiglianovy věty sestavíme integrál pro průhyb pod zatížením:

$$s = \frac{1}{E \cdot J} \int_0^{\frac{L}{2}} \frac{\partial M_o}{\partial F} \cdot M_o \cdot dx$$

Za ohybový moment dosadíme  $M_o = F \cdot (L - x)$  a dostáváme:

$$s = \frac{1}{E \cdot J} \int_0^{\frac{L}{2}} \frac{\partial [F \cdot (L - x)]}{\partial F} \cdot F \cdot (L - x) \cdot dx$$

Síly v integrálu se zkrátí, což nám dává:

$$s = \int_0^{\frac{L}{2}} \frac{(L - x)}{E \cdot J} \cdot F \cdot (L - x) \cdot dx$$

Následně vydělíme silou, abychom dostali poddajnost. Výsledný vzorec pak bude:

$$c(x) = \int_0^{\frac{L}{2}} \frac{(L - x)^2}{E \cdot J} \cdot dx$$

**CELKOVÁ TUHOST PRUŽINY**

Tuhost pružiny se pak vypočítá jako převrácená hodnota sumy jednotlivých poddajností konkrétního listu.

$$k = \sum_{i=1}^n \frac{1}{c_i}$$

kde k je tuhost v N/mm.

**TABULKA NUMERICKÉ INTEGRACE**

Výše zmíněný výpočet byl realizován pomocí tabulkového kalkulátoru MS excel. Na úvodním listu je možné zadat vstupní parametry a přehledně se zobrazují výstupní. Do vstupních parametrů se zadává i volná výška a přes tuhost je dopočítána výška pod zatížením. V neposlední řadě je výstupem i graf válcování.



	A	B	C	D	E	K	L	M	N	R	S	T
1		List_1		List 2 - 4								
2	Tloušťka paraboly v počátku	24,00	24,00	24,00	24,00	Síla	39 240					
3	Délka paraboly v počátku	900,00	900,00	900,00	900,00	E	205 000					
4	Odsazení paraboly	0,00	0,00	0,00	0,00	hustota	7 850					
5	Délka půlky listu	900,00	900,00	900,00	900,00	Pružina						
6	Délka rovného středu	85,00	85,00	85,00	85,00	H0	240,00					
7	Délka šikmého středu	40,00	40,00	40,00	40,00	Průhyb	97,71					
8	Délka paraboly reálná	375,00	375,00	468,75	468,75	Tuhost	401,59					
9	Tloušťka paraboly	22,27	22,27	22,27	22,27	H1	142,29					
10	Tloušťka rovného za parabolou	16,00	16,00	14,00	14,00	Hmotnost	92,10					
11	Délka rovného za parabolou	200,00	200,00	106,25	106,25							
12	Délka šikmého konce	100,00	100,00	100,00	100,00							
13	Délka rovného konce	100,00	100,00	100,00	100,00	Hmotnost s kusovníkem	93,06 kg					
14	Tloušťka rovného konce	22,00	22,00	15,00	15,00							
15	Délka oka	0,00	0,00	0,00	0,00							
16												
17	Tloušťka rovného středu	26,00		26,00								
18	Šířka listu	90,00		90,00								
19	Poloměr profilu	6,00		6,00								
20	Počet listů	1,00		3,00								

Obr. 35 Tabulka vstupů a výstupů pomocného výpočtového nástroje

F7	=KDYZ(SA7-Tabulka SB\$6;Tabulka SB\$18-Tabulka SB\$17*3/12-Tabulka SB\$19*2*(Tabulka SB\$19*2*(16-5*PI))/4-Tabulka SB\$19*Tabulka SB\$17*(10-3*PI))/3+Tabulka SB\$17*2*(4-PI))/4;0)																		
	A	J	N	S	W	AA	AF	AJ	AP	AAQ	AV	AZ	BD	BI	BM	BQ	BV	BZ	
1	127579,645461	0,002389	25,991	127441,3	0,002118		79828,561534	0,0119751			29310,265362	0,003105		76873,778028	0,0002677		76937,309408	0,0000211	
x	irs C	podajnos	t	c	t	j	c	v	t	j	podajnos	t	j	podajnos	t	j	podajnos	t	
3	0,1	127579,6	0,0000031	25,991	127441,3	0,0	22,26962	79828,6	0,0000037	####	16,0	29310,3	0,0	16,0	29343,6	0,0000007	22,0	76937,3	0,0000001
4	0,2	127579,6	0,0000031	25,981	127309,0	0,0	22,26818	79813,0	0,0000037	####	16,0	29310,3	0,0	16,0	29377,0	0,0000007	22,0	76937,3	0,0000001
5	0,3	127579,6	0,0000031	25,972	127164,8	0,0	22,26675	79797,4	0,0000037	####	16,0	29310,3	0,0	16,0	29410,4	0,0000007	22,0	76937,3	0,0000001
6	0,4	127579,6	0,0000031	25,963	127026,7	0,0	22,26531	79781,8	0,0000037	####	16,0	29310,3	0,0	16,0	29443,8	0,0000007	22,0	76937,3	0,0000001
7	0,5	127579,6	0,0000031	25,953	126888,7	0,0	22,26387	79766,6	0,0000037	####	16,0	29310,3	0,0	16,0	29477,2	0,0000007	22,0	76937,3	0,0000001
8	0,6	127579,6	0,0000031	25,944	126750,8	0,0	22,26243	79750,8	0,0000037	####	16,0	29310,3	0,0	16,0	29510,7	0,0000007	22,0	76937,3	0,0000001
9	0,7	127579,6	0,0000031	25,935	126613,1	0,0	22,26100	79735,0	0,0000037	####	16,0	29310,3	0,0	16,0	29544,2	0,0000007	22,0	76937,3	0,0000001
10	0,8	127579,6	0,0000031	25,926	126475,4	0,0	22,25956	79719,4	0,0000037	####	16,0	29310,3	0,0	16,0	29577,7	0,0000007	22,0	76937,3	0,0000001
11	0,9	127579,6	0,0000031	25,916	126337,8	0,0	22,25812	79703,8	0,0000037	####	16,0	29310,3	0,0	16,1	29611,2	0,0000007	22,0	76937,3	0,0000001
12	1,0	127579,6	0,0000031	25,907	126200,3	0,0	22,25668	79688,2	0,0000037	####	16,0	29310,3	0,0	16,1	29644,8	0,0000007	22,0	76937,3	0,0000001
13	1,1	127579,6	0,0000031	25,897	126062,9	0,0	22,25525	79672,6	0,0000037	####	16,0	29310,3	0,0	16,1	29678,4	0,0000007	22,0	76937,3	0,0000001
14	1,2	127579,6	0,0000031	25,888	125925,7	0,0	22,25381	79657,0	0,0000037	####	16,0	29310,3	0,0	16,1	29712,0	0,0000006	22,0	76937,3	0,0000001
15	1,3	127579,6	0,0000031	25,879	125788,5	0,0	22,25237	79641,4	0,0000037	####	16,0	29310,3	0,0	16,1	29745,6	0,0000006	22,0	76937,3	0,0000001
16	1,4	127579,6	0,0000031	25,869	125651,4	0,0	22,25093	79625,9	0,0000037	####	16,0	29310,3	0,0	16,1	29779,3	0,0000006	22,0	76937,3	0,0000001
17	1,5	127579,6	0,0000031	25,860	125514,4	0,0	22,24949	79610,3	0,0000037	####	16,0	29310,3	0,0	16,1	29813,0	0,0000006	22,0	76937,3	0,0000001
18	1,6	127579,6	0,0000031	25,851	125377,5	0,0	22,24806	79594,7	0,0000037	####	16,0	29310,3	0,0	16,1	29846,7	0,0000006	22,0	76937,3	0,0000001
19	1,7	127579,6	0,0000031	25,842	125240,7	0,0	22,24662	79579,1	0,0000037	####	16,0	29310,3	0,0	16,1	29880,5	0,0000006	22,0	76937,3	0,0000001
20	1,8	127579,6	0,0000031	25,832	125104,1	0,0	22,24518	79563,5	0,0000037	####	16,0	29310,3	0,0	16,1	29914,2	0,0000006	22,0	76937,3	0,0000001
21	1,9	127579,6	0,0000031	25,823	124967,5	0,0	22,24374	79547,9	0,0000037	####	16,0	29310,3	0,0	16,1	29948,0	0,0000006	22,0	76937,3	0,0000001
22	2,0	127579,6	0,0000031	25,814	124831,0	0,0	22,24230	79532,4	0,0000037	####	16,0	29310,3	0,0	16,1	29981,9	0,0000006	22,0	76937,3	0,0000001
23	2,1	127579,6	0,0000031	25,804	124694,6	0,0	22,24086	79516,8	0,0000037	####	16,0	29310,3	0,0	16,1	30015,7	0,0000006	22,0	76937,3	0,0000001
24	2,2	127579,6	0,0000031	25,795	124558,3	0,0	22,23942	79501,2	0,0000037	####	16,0	29310,3	0,0	16,1	30049,6	0,0000006	22,0	76937,3	0,0000001
25	2,3	127579,6	0,0000031	25,786	124422,1	0,0	22,23799	79485,6	0,0000037	####	16,0	29310,3	0,0	16,1	30083,5	0,0000006	22,0	76937,3	0,0000001
26	2,4	127579,6	0,0000031	25,776	124286,0	0,0	22,23655	79470,1	0,0000037	####	16,0	29310,3	0,0	16,1	30117,4	0,0000006	22,0	76937,3	0,0000001
27	2,5	127579,6	0,0000031	25,767	124150,1	0,0	22,23511	79454,5	0,0000037	####	16,0	29310,3	0,0	16,2	30151,3	0,0000006	22,0	76937,3	0,0000001
28	2,6	127579,6	0,0000031	25,758	124014,2	0,0	22,23367	79438,9	0,0000037	####	16,0	29310,3	0,0	16,2	30185,3	0,0000006	22,0	76937,3	0,0000001
29	2,7	127579,6	0,0000031	25,748	123878,4	0,0	22,23223	79423,3	0,0000037	####	16,0	29310,3	0,0	16,2	30219,3	0,0000006	22,0	76937,3	0,0000001
30	2,8	127579,6	0,0000031	25,739	123742,7	0,0	22,23079	79407,8	0,0000037	####	16,0	29310,3	0,0	16,2	30253,3	0,0000006	22,0	76937,3	0,0000001
31	2,9	127579,6	0,0000031	25,730	123607,1	0,0	22,22935	79392,2	0,0000037	####	16,0	29310,3	0,0	16,2	30287,4	0,0000006	22,0	76937,3	0,0000001
32	3,0	127579,6	0,0000031	25,720	123471,6	0,0	22,22791	79376,6	0,0000037	####	16,0	29310,3	0,0	16,2	30321,5	0,0000006	22,0	76937,3	0,0000001
33	3,1	127579,6	0,0000031	25,711	123336,2	0,0	22,22647	79361,0	0,0000037	####	16,0	29310,3	0,0	16,2	30355,6	0,0000006	22,0	76937,3	0,0000001
34	3,2	127579,6	0,0000031	25,702	123200,9	0,0	22,22503	79345,4	0,0000037	####	16,0	29310,3	0,0	16,2	30389,7	0,0000006	22,0	76937,3	0,0000001
35	3,3	127579,6	0,0000031	25,693	123065,7	0,0	22,22359	79329,8	0,0000037	####	16,0	29310,3	0,0	16,2	30423,9	0,0000006	22,0	76937,3	0,0000001
36	3,4	127579,6	0,0000031	25,683	122930,6	0,0	22,22215	79314,3	0,0000037	####	16,0	29310,3	0,0	16,2	30458,0	0,0000006	22,0	76937,3	0,0000001
37	3,5	127579,6	0,0000031	25,674	122795,7	0,0	22,22071	79298,8	0,0000037	####	16,0	29310,3	0,0	16,2	30492,2	0,0000006	22,0	76937,3	0,0000001
	Tabulka	L1	P1	L2	P2	(-)													

*Obr. 36 Numerická integrace levé poloviny 1. listu*

V prvním sloupci listů numerické integrace je kumulativní hodnota  $\Delta x$ , následují sloupce barevně oddělených úseků pružiny. U úseků s nekonztantní tloušťkou je v prvním sloupci počítána tloušťka listu na dané souřadnici, následuje sloupec kvadratických momentů a poddajnosti. U úseku parabolického průběhu jsou též počítány objemy integračních kroků kvůli výpočtu hmotnosti, objem úseků s lineárně se měnící tloušťkou je určitelný snadno i bez nutnosti výpočtu přes integraci.

### 3.3.2 MKP MODEL

Nejprve bylo pro tvorbu modelu zvoleno prostředí Ansys Workbench, konkrétně DesignModeler. Překážkou se pak ukázala netriviální parametrizace v tomto grafickém modeláři. Parametrizace modelu sice nebyla podmínkou tvorby modelu, ukázala se ale jako velmi vhodná. Snadná regenerace modelu po změně parametrů pružiny je velkou výhodou a vede k efektivnějšímu zlepšování cílových vlastností. Z důvodu požadavku na parametrizaci modelu, bylo pro jeho genezi vybráno prostředí Ansys APDL.

Model se tak generuje matematickým popisem pomocí makra. Při každém spuštění makra je model opětovně plně vytvořen. Díky jeho tvorbě matematickým popisem lze některé parametry a rozměry měnit poměrně snadno a výskyt chyby při regeneraci modelu je méně pravděpodobný. Makra jsou vytvořena dvě, jedno je model zjednodušený na 2D s parametrem tloušťky a druhý je 3D model, který je vytvořen vytažením předchozího dvourozměrného modelu do prostoru. V následujících odstavcích je stručný popis makra pro tvorbu 2D modelu včetně postupu, jakým je model tvořen. Makro je rozděleno do čtyř oddílů:

- Zadání parametrů modelu
- Zadání konstant a elementů
- Generování modelu
- Nastavení meshe a zavazbení modelu

První oddíl makra obsahuje hlavičku se zadanými především rozměrovými parametry jako jsou rozteč ok, průměr oka, tloušťky a délky rovných konců, teoretická výška a délka paraboly, volná výška pružiny  $H_0$  a další hodnoty. Je potřeba zadat i poloměry předhybu listů, ty se zpravidla upraví podle natočení konců pružiny, oba tyto se volí na základě volné výšky. Ze zadání se vypočítají výšky konců jednotlivých listů, tak aby vůle mezi nimi byla minimální. Posledním výpočtem hlavičky je stanovení úhlového kroku pro cyklus generující tloušťku na poloměru přehybu listu. Úhlový krok je stanovený jako desetina délky parabolické části.

Druhý oddíl obsahuje nastavení materiálových vlastností jako jsou Youngův modul pružnosti v tahu a Poissonovu konstantu. Pokračuje definicí použitých prvků, pro 2D model tedy plane182 včetně hloubky pro těleso pružiny, target169 a conta171 pro oblasti kontaktu včetně kontaktních tuhostí a link1 a jeho tuhost pro uchycení virtuálního bodu působí síly a vydrátování ok tzv. ježky. Jelikož Plane182 nenabízí možnost výběru průřezu, ale pouze tloušťky, je potřeba tloušťku přepočítat koeficientem, získaným z poměru kvadratického momentu průřezu profilu C a obdélníku. Pro výpočet toho poměru byl vybrán úsek konstantní tloušťky za parabolickou částí. Kvadratický moment profilu C vezmeme z analytického výpočtu v excelu a kvadratický moment obdélníku spočítáme jako  $J_y = (b \cdot h^3)/12$ . [23] Hodnota šířka pro prvek plane182 je zaokrouhlena směrem dolů, neboť i tak vychází MKP model vždy tužší než analytický vypočítaný.

$$\text{šířka} = 90\text{mm} \cdot \frac{J_{\text{obdélník}}}{J_{\text{profilC}}} = 90\text{mm} \cdot \frac{19551}{20580} \cong 85\text{mm}$$

Pro makro pro tvorbu trojrozměrného modelu jsou použity prvky solid185, target170, conta173 a link8. Tyto prvky jsou prostorovými ekvivalenty plošných prvků použitých na dvourozměrný model.

Geneze modelu je oddíl třetí. Postup je první vytvoření pravé strany pružiny, po jednotlivých listech, které jsou generovány od středu k okraji. Vytváření jednotlivých polovin listů probíhá vždy stejně a to takto:

1. Vytvoření rovného středu.
2. Tvorba parabolické části pomocí cyklu postupujícího po poloměru přehybu listů zakončené článkem rovné části před rozšířením.
3. Napojení parabolické části na střed šikmou částí.
4. Vytvoření rovných konců, kde dochází ke kontaktu mezi listy.
5. Tangenciální napojení na rovnou část na konci parabolické a vytvoření tak rozšíření v konci.

V kroku 2 je parabolická část rozdělena na 10 částí, každá je dlouhá stejný úhlový úsek o velikosti  $\alpha$  na poloměru listu:

$$\alpha = \frac{L_{pp} \cdot 180^\circ}{\pi \cdot r_{listu} \cdot 10}$$

Kde  $L_{pp}$  je délka parabolické části.

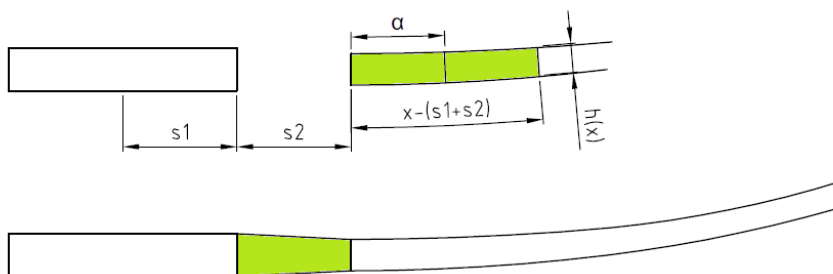
Před tvorbou úseků je souřadný systém změněn na polární s počátkem ve středu křivosti listu. Cyklus tak probíhá po střednici listu a v každém kroku vytvoří povrchové body pod a nad střednicí. Umístění horních bodů se určuje pomocí následujícího vzorce, spodní body pak podobně s tím rozdílem, že polovina tloušťky se neodečítá, ale přičítá.

$$r = r_{listu} - 0.5 \cdot h_p \cdot \sqrt{\frac{L_p - \left( L_1 + L_2 + \frac{i \cdot L_{pp}}{10} \right)}{L_p}}$$

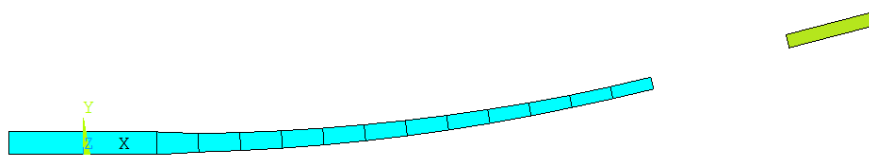
$$\varphi = -90 + i \cdot \alpha$$

Kde  $L_p$  je teoretická délka paraboly a  $L_1$  a  $L_2$  jsou délky prvních dvou úseků pružiny.

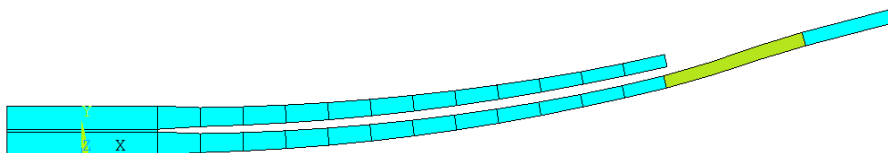
Následující obrázky znázorňují průběh tvorby modelu jednotlivých listů v krocích, jak byl popsán výše.



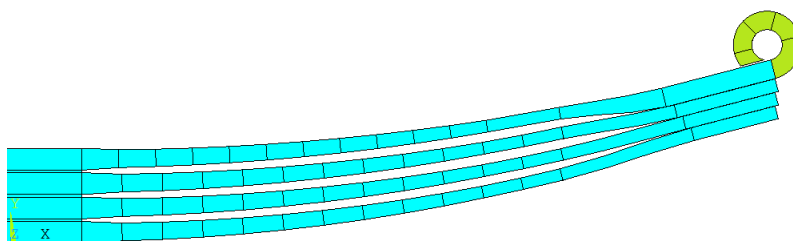
Obr. 37 Geneze profilu listu pružiny krok 2 a 3



Obr. 38 Vytváření profilu listu, krok 4



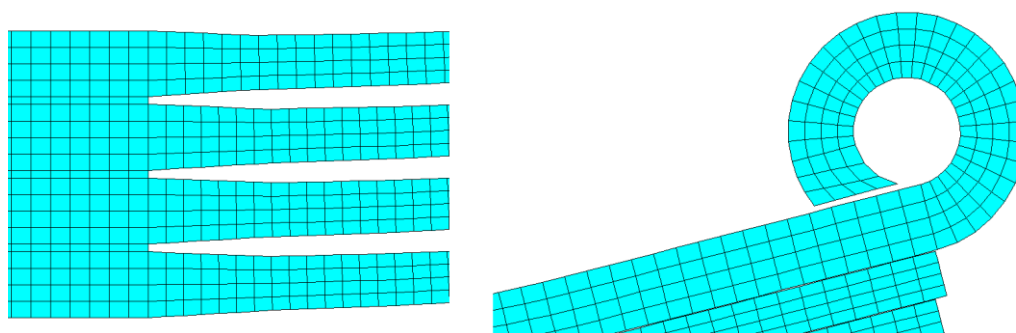
Obr. 39 Listy jsou vytvářeny od 4. k 1. (zeleně tvorba 4. listu krok 6)



Obr. 40 Hotová polovina pružiny (nakonec se vytváří oko)

Tangenciální napojení umožňuje manipulovat s natočením konců pružiny a poloměry listů bez rozhození modelu a tvorby nereálných zlomů na průběhu listu, které jsou součástí analytického výpočtu. Na konci geneze každé poloviny je vytvoření ok a jejich napojení na první list pružiny.

V posledním oddílu makra pro tvorbu modelu je nastavení meshe a jeho aplikace na model. Pro dvourozměrný model je volen mapovaný 2D mesh zmíněným prvkem plane182. Velikost prvku je nastavena tak, že výška prvku je ve střední části pružiny 6,5 mm, směrem ke kraji se prvky ztenčují. Dalším krokem je nastavení kontaktních prvků na koncích pružiny, již zmíněné target169 a conta171.



Obr. 41 Detail meshe středu pružiny a oka

V makru jsou definovány nody, do kterých se má aplikovat zatížení, svislá síla se aplikuje na spodní část středu pružiny. Pro zatížení při brzdění se vytváří nod mimo pružinu, odpovídající místu dotyku kola s vozovkou, zde je při zatěžování aplikována brzdná podélná síla. Její aplikace mimo těleso pružiny vytváří brzdný moment.

Oka jsou na vnitřní straně několika linky spojena s nody v jejich střezech, v těchto nodech jsou následně odebrány stupně volnosti. V levé, tedy přední, části pružiny je zamezeno pohybu podélně i svisle, na zadní straně pružiny je pak zamezeno pouze pohybu ve svislém směru, jelikož pružiny při průhybu mění rozteč ok.

Pro aplikaci zatížení je vytvořeno makro druhé, v jeho hlavičce se zadá velikost působících sil a následně probíhají po sobě dva výpočty. První je zatížení pouze svislou silou, tedy statické, druhý je svislé zatížení při brzdění spolu s aplikací brzdné podélné síly. Na konci tohoto makra je vyhodnocení tuhosti pružiny vypočítané ze vzorce níže, ze získaného průhybu je pak stanovena i výška pod zatížením.

$$k = \frac{F_s - \frac{F_s}{3}}{p_1 - p_{\frac{F_s}{3}}}$$

Kde  $p_1$  je průhyb při statickém zatížení silou  $F_s$ , a  $p_{\frac{F_s}{3}}$  je průhyb při zatížením jednou třetinou stejné síly.

V následujících kapitolách budou na obrázcích zobrazovány pružiny při zátěžných stavech a v textu bude zmiňováno napětí. Ve všech případech se jedná o ekvivalentní napětí metodou HMM, pojmenovanou podle jejích autorů (Hencky, Von Mises, Huber). [23]

### 3.3.3 SOUMĚRNÁ REFERENČNÍ PRUŽINA

Pro účely zhodnocení přínosu nesymetrickosti byla navržena referenční souměrná pružina. Analýza jejího modelu metodou konečných prvků nám umožní srovnání deformací a napětí s navrženou nesymetrickou pružinou. Pro zrychlení výpočetních časů MKP analýzy je model pružiny pouze dvourozměrný. Z praxe je známo, že pro svislé zatížení tato forma zjednodušení, při správném nastavení, zkresluje výsledky zanedbatelně.

Pružina je navržena pouze s ohledem na statické zatížení a podle rozměrových specifikací. V tabulkách níže se nachází zadané i vypočítané rozměrové parametry pružiny a výsledky numerické integrace. V tab. 3 je průhybem hodnota prohnutí pružiny při statickém zatížení.

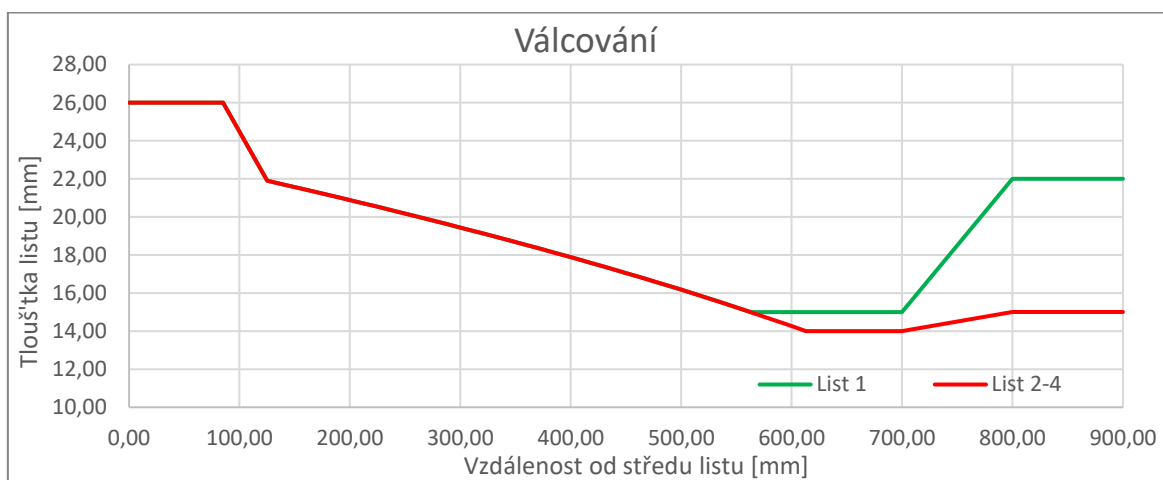
	List_1		List 2 - 4	
Tloušťka paraboly v počátku	23,50	23,50	23,50	23,50
Délka paraboly v počátku	950,00	950,00	950,00	950,00
Odsazení paraboly	0,00	0,00	0,00	0,00
Délka půlky listu	900,00	900,00	900,00	900,00
Délka rovného středu	85,00	85,00	85,00	85,00
Délka šikmého středu	40,00	40,00	40,00	40,00
Délka paraboly reálná	437,95	437,95	487,83	487,83
Tloušťka paraboly	21,90	21,90	21,90	21,90
Tloušťka rovného za parabolou	15,00	15,00	14,00	14,00
Délka rovného za parabolou	137,05	137,05	87,17	87,17
Délka šikmého konce	100,00	100,00	100,00	100,00
Délka rovného konce	100,00	100,00	100,00	100,00
Tloušťka rovného konce	22,00	22,00	15,00	15,00

Tab. 2 Rozměrové parametry symetrické pružiny

Průhyb	99,22
Tuhost	395,46
H1/F1	140,78
Hmotnost	91,68

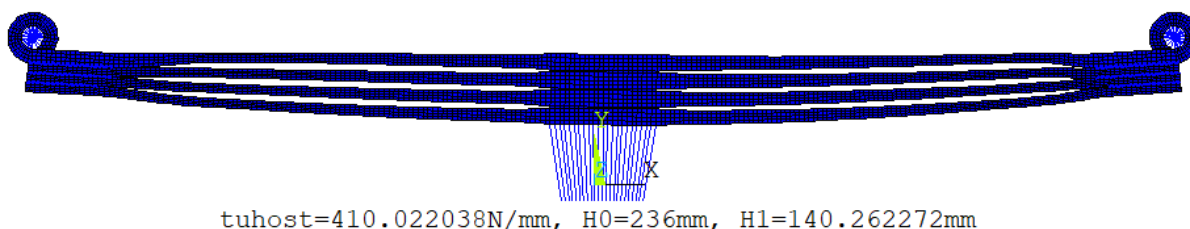
Tab. 3 Výstup výpočtu symetrické pružiny

V grafu níže je znázorněno válcování listů, tedy průběh tloušťky listu v závislosti na jeho délce. Znázornění je však pouze teoretické a zobrazené ostré hrany se ve skutečnosti na pružinách nevyskytují. Nejen, že by takové hrany mohly jako koncentrátoři napětí snižovat životnost, ale i technologický postup válcování takové hrany neumožňuje vyrobit. Je tedy potřeba počítat s určitým stupněm vyhlazení teoretického průběhu v případě reálných pružin.

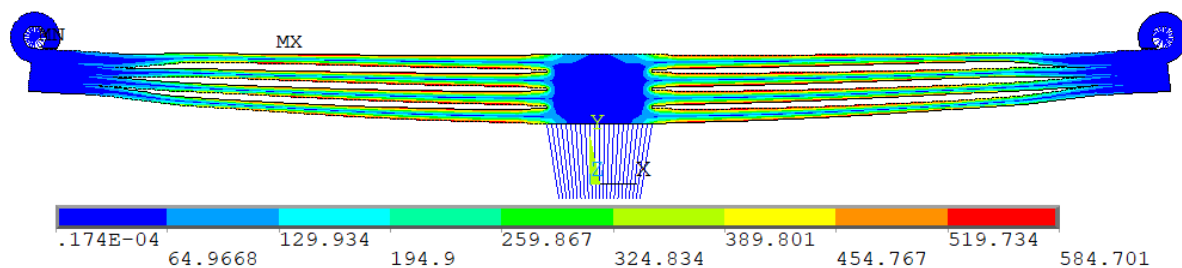


Obr. 42 Graf průběhu tloušťky listů

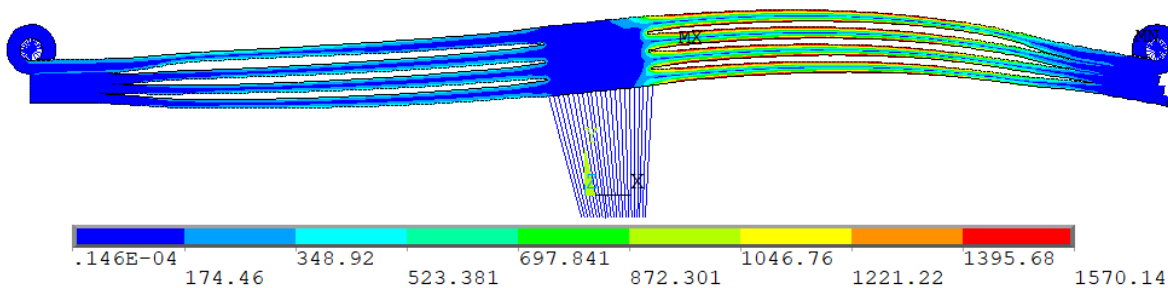
Na modelu souměrné pružiny byla provedena simulace statického zatížení i zatížení při brzdění, výsledky simulací jsou na obrázcích níže, obr. 43 zobrazuje deformovaný tvar s dole uvedenou tuhostí a výškou pružiny, je potřeba podotknout, že výpočet analytický se liší od výsledku z MKP software. To může být způsobeno z velké části zjednodušením analytického modelu (např. neuvažujeme předhyb). Obr. 44 zobrazuje napětí při statickém zatížení, obr. 45 a 46 napětí při brzdění. Pro zachování výšky při statickém zatížení musela být volena volná výška MKP modelu 236 mm, jelikož při zadání shodné geometrie vychází model v simulaci zhruba o 4% tužší než výpočet.



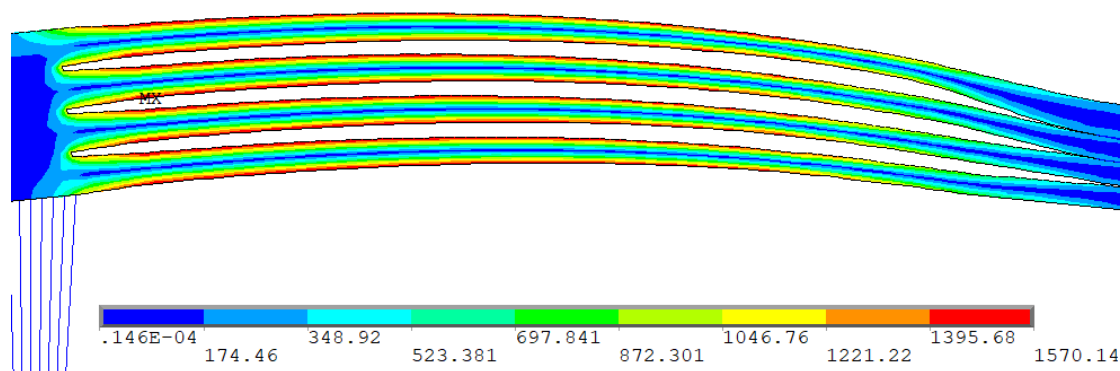
Obr. 43 Tvar pružiny při statickém zatížení včetně výšky a tuhosti



Obr. 44 Napětí při statickém zatížení



Obr. 45 Napětí při zatížení brzděním



Obr. 46 Detail napětí při brzdění na listech na zadní polovině pružiny

Simulací jsme ověřili, že napětí při kritickém brzdění je na pružině několikanásobně větší ve srovnání se statickým zatížením. Stejně jako napětí na listech je rozloženo dle předpokladu na horních a spodních okrajích listů v úseku, kde tloušťka má parabolický průběh. Také se ukázalo, že téměř veškeré namáhání na ohyb se soustřeďuje v zadní polovině pružiny. Tohoto jevu by mělo být využito při návrhu nesymetrické pružiny.



### 3.4 NÁVRH NESYMETRICKÉ PRUŽINY

Simulací zátěžných stavů referenční pružiny jsme zjistili, jak vysoká jsou napětí v listech pružiny. Cílem je navrhnout pružinu, jejíž napětí při brzdění bude nižší, zároveň je potřeba, aby pružina měla stále stejnou celkovou tuhost. Toho lze dosáhnout změnou válcování listů na přední a zadní straně pružiny, čímž se sice změní jejich tuhost, ale zvýšením tuhosti na zadní straně a snížením tuhosti na přední by celková tuhost měla zůstat na původní úrovni. Analýzou další modifikace, konkrétně natočením rovného středu, bude zjištěno, zda taková úprava má vliv na napětí na pružině či nikoliv.

Pružiny s natočenou střední částí někteří výrobci používají. Ti si ale své know-how chrání a jedním z cílů návrhu nové pružiny bude zjistit, zda taková změna může snížit napětí při některých zátěžných stavech, nebo zda se jedná o úpravu pružiny z jiného důvodu.

Byla provedena simulace několika pružin s různými parametry, v první řadě se jednalo o různé válcování listů pružiny, především tedy odlišné výšky a délky teoretických parabol mezi levou a pravou stranou pružiny. Další simulace byly provedeny na vybrané pružině při různých natočeních střední části.

#### 3.4.1 ROZDÍLNÉ VÁLCOVÁNÍ

Válcování listů, konkrétně výška a délka teoretické paraboly, je klíčová pro tuhost pružiny. Změnou výšky je možné tuhost měnit jak na vyšší, tak na nižší. Délka paraboly pak slouží k regulaci rozložení napětí na listu zatížené pružiny, kratší vede k posunu maxima napětí blíže k okraji pružiny, delší pak směrem ke středu. Ideální je samozřejmě, když je napětí rovnoměrně rozloženo na celé parabolické části. K tomuto jevu by mělo docházet, pokud je délka paraboly shodná s délkou listu. Během simulací se však ukázalo, že v některých případech je lepší parabola delší, jelikož maximum napětí blíže ke středu mělo nižší hodnotu než maximum napětí posunuté do tenčí části listu. Níže je zobrazen jeden z návrhů pružiny s nesymetrickým válcováním a v tabulce jsou parametry této pružiny.

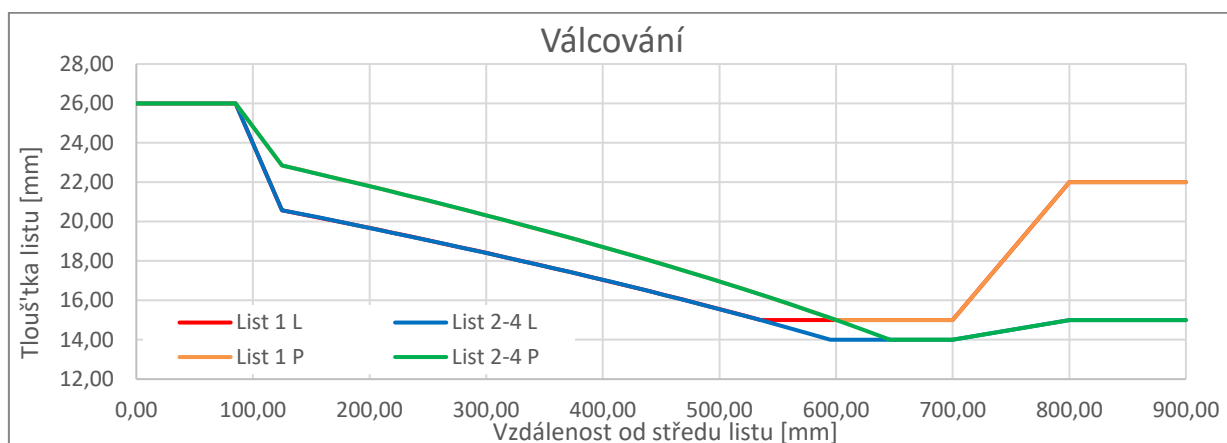
	List_1		List 2 - 4	
Tloušťka paraboly v počátku	22,00	24,50	22,00	24,50
Délka paraboly v počátku	1 000,00	960,00	1 000,00	960,00
Odsazení paraboly	0,00	0,00	0,00	0,00
Délka půlky listu	900,00	900,00	900,00	900,00
Délka rovného středu	85,00	85,00	85,00	85,00
Délka šikmého středu	40,00	40,00	40,00	40,00
Délka paraboly reálná	410,12	475,15	470,04	521,53
Tloušťka paraboly	20,58	22,85	20,58	22,85
Tloušťka rovného za parabolou	15,00	15,00	14,00	14,00
Délka rovného za parabolou	164,88	99,85	104,96	53,47
Délka šikmého konce	100,00	100,00	100,00	100,00
Délka rovného konce	100,00	100,00	100,00	100,00
Tloušťka rovného konce	22,00	22,00	15,00	15,00

Tab. 4 Parametry nesymetrické pružiny



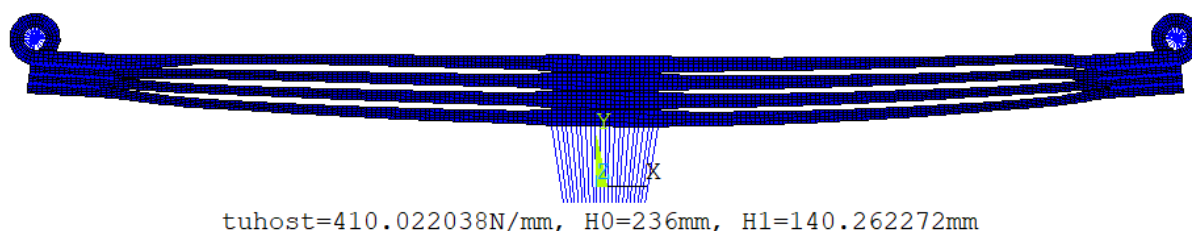
Průhyb	98,48
Tuhost	398,44
H1	141,52
Hmotnost	91,02

Tab. 5 Výsledky analytického výpočtu (průhyb je při statickém zatížení)



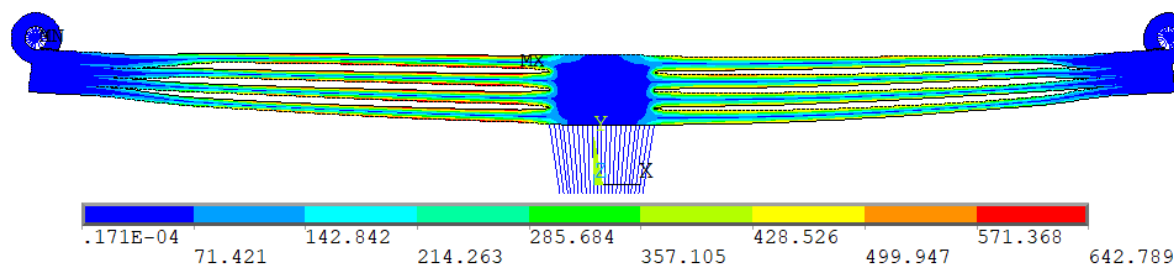
Obr. 47 Válcování listů (L – levá/přední strana. P- pravá/zadní )

V grafu válcování lze vidět rozdíl v tloušťkách přední a zadní strany pružiny. Díky tomu bude znatelný rozdíl v tuhostech a tím i snížení napětí při plném zatížení zadní strany pružiny, tedy při brzdění. Na následujících obrázcích už jsou výsledky z MKP simulace zátěžných stavů.

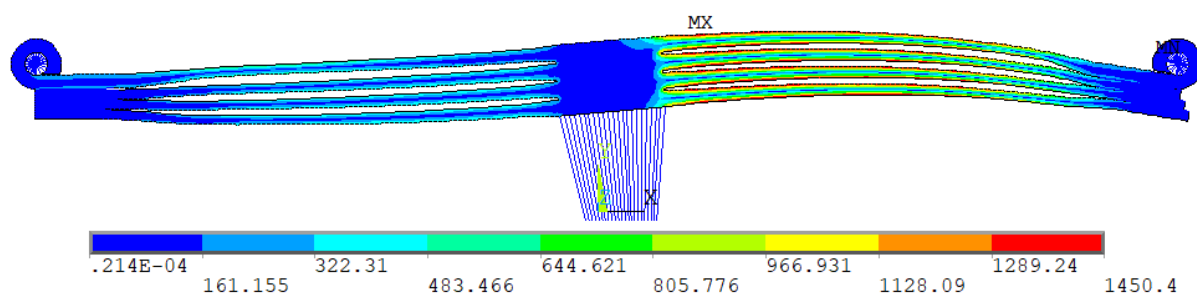


Obr. 48 Deformace pružiny při statickém zatížení, tuhost a výška nesymetrické pružiny

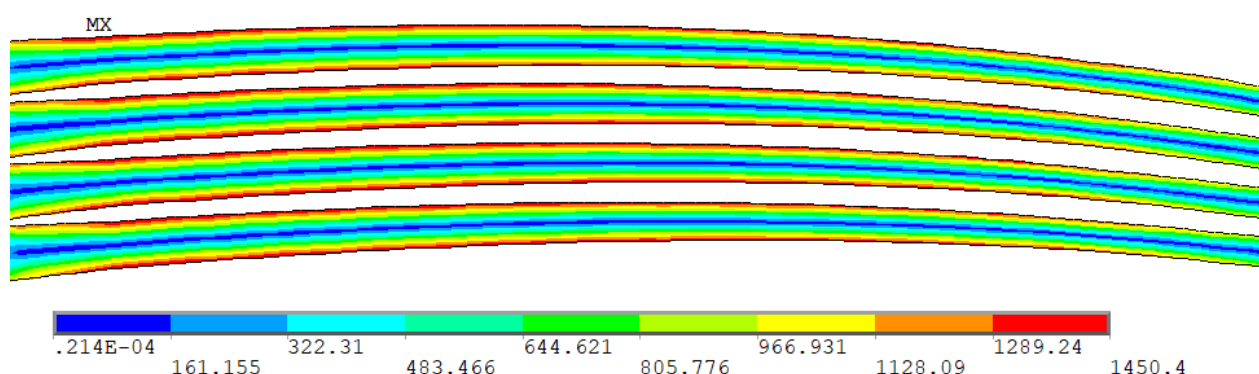
Výše na obrázku deformace pružiny je i okem patrné rozdílné válcování listů přední a zadní strany. To samozřejmě vede na natočení střední části pružiny, jelikož přední strana je méně tuhá a snadněji se deformuje. Na dalším zobrazení je napětí při statickém zatížení následované zatížením při brzdění.



Obr. 49 Napětí při statickém zatížení



Obr. 50 Napětí při brzdění



Obr. 51 Detail rozložení napětí na listech zadní části pružiny

Z obrázku č. 51 je patrné, že rozložení napětí na listech není ideální, vyšší napětí je blíže ke středu pružiny. Změnou délky teoretické paraboly by bylo možné toto rozložení ještě vylepšit. Nicméně s touto změnou se opět změní tuhost listů a bude potřeba změnit i výšky paraboly, čímž by se tuhost mohla dostat na požadovanou úroveň.

Na výsledcích simulace lze vidět změny napětí na pružině při různých zátěžných stavech. Při statickém zatížení se projevila nižší tuhost přední strany pružiny a napětí v této části na listech stouplo. Výraznější změna v hodnotě napětí je však na zadní straně pružiny, kde došlo ke snížení maxima napětí o více než 100 MPa.

Následující tabulka shrnuje výsledky simulací různých návrhů nesymetrických pružin. Z těchto hodnot je patrný trend změny maxim napětí, kdy napětí při statickém zatížení s nesymetrickostí válcování roste, kdežto maxima při brzdění se snižují.

Návrh	Levá strana		Pravá strana		Tuhost analyticky [N/mm]	Tuhost MKP [N/mm]	Max. napětí HMH statické [MPa]	Max. napětí HMH při brzdění [MPa]
	hp [mm]	Lp [mm]	hp [mm]	Lp [mm]				
Symetrická	23,5	950	23,5	950	395	410	584	1576
Válcování 1	23	950	24	950	396	410	595	1587
Válcování 2	22,5	1000	24,2	950	397	411	620	1485
Válcování 3	22,5	1000	24,5	910	397	411	620	1492
Válcování 4	22,3	990	24,4	950	397	411	626	1464
Válcování 5	22	1000	24,5	955	398	410	642	1450

Tab. 6 Srovnání výsledků simulace více návrhů nesymetrických pružin

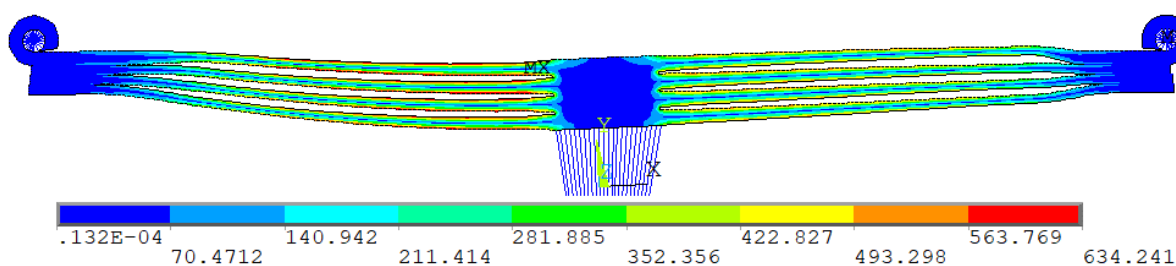
### 3.4.2 NATOČENÍ STŘEDU PRUŽINY

Nejedená se sice o cíl práce, ale jelikož existují pružiny s tímto prvkem, bylo by dobré se podívat na jeho vliv. Níže jsou výsledky simulací navržených pružin s natočeným středem a jejich srovnání s referenční pružinou a verzí referenční pružiny s natočeným středem.

Návrh	natočení středu [°]	Tuhost analyticky [N/mm]	Tuhost MKP [N/mm]	Max. napětí HMH statické [MPa]	Max. napětí HMH při brzdění [MPa]
Symetrická	0	395	410	584	1576
Válcování 4	0	397	411	626	1464
Sym. válc. + nat.1	1	395	414	590	1580
Sym. válc. + nat.3	3	395	423	609	1593
V4 + nat.1	1	397	415	629	1471
V4 + nat.2	2	397	415	630	1476
V4 + nat.3	3	397	417	634	1483

Tab. 7 Tuhost a napětí na pružinách s natočeným středem

Z tabulky jde vidět, že na maximální napětí při zatížení natočení středu pozitivní vliv nemá, současně pozorujeme tendenci zvyšování tuhosti se zvyšováním úhlu natočení navzdory zachování stejného válcování. Shrňme-li tedy výsledky, natočení středu pružiny je prvek, který pravděpodobně utváří spíše kinematické vlastnosti a u pružin takto navržených je to pravděpodobně z důvodu odlišné konstrukce nápravy vozidla. Grafické výsledky zátěžných stavů těchto pružin zde uvedeny nebudou, neboť rozložení napětí je na listech shodné s vzory těchto pružin, jež mají střed bez natočení. Pouze velikosti napětí se liší.



Obr. 52 Statické zatížení pružiny s natočením středu 3°

### 3.4.3 FINÁLNÍ DESIGN

Na základě pozorování rozložení a velikostí napětí na listech u několika designů byl vytvořen finální návrh. Ten má značně rozdílnou tuhost přední a zadní části listů, což vedlo ke zvýšení napětí při statickém zatížení, ale také ke snížení napětí při brzdění, což bylo hlavním cílem při úpravách designu pružiny. V tabulce níže jsou uvedeny parametry teoretických parabol, podle kterých je provedeno válcování jednotlivých listů na obou stranách pružiny.

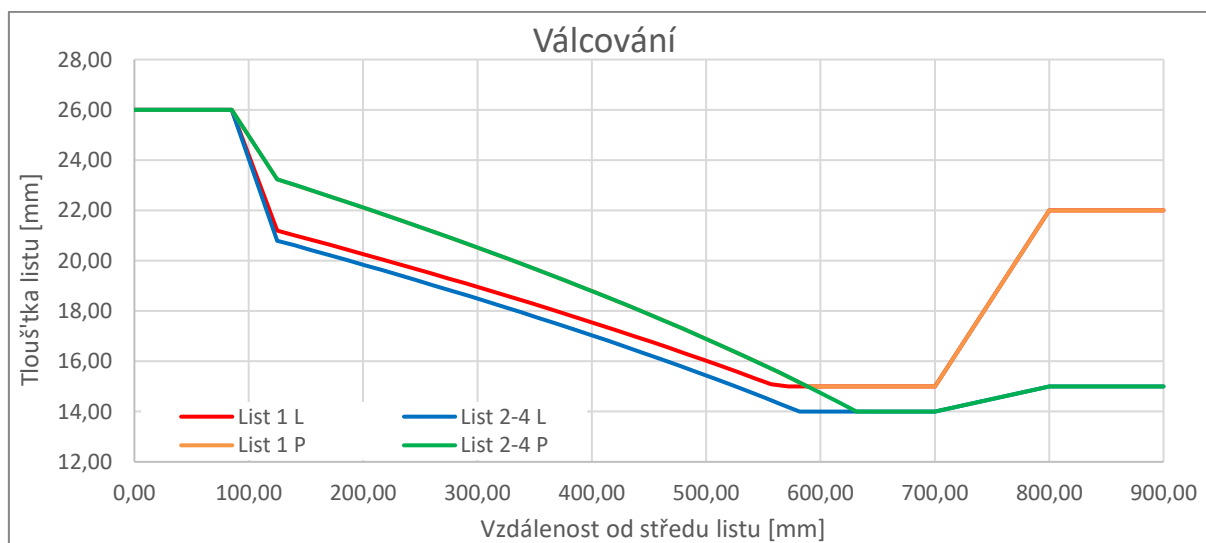
#### ANALYTICKÁ DATA

	List_1		List 2 - 4	
Tloušťka paraboly v počátku	22,20	25,00	22,30	25,00
Délka paraboly v počátku	960,00	920,00	960,00	920,00
Odsazení paraboly	40,00	0,00	0,00	0,00
Délka půlky listu	900,00	900,00	900,00	900,00
Délka rovného středu	85,00	85,00	85,00	85,00
Délka šikmého středu	40,00	40,00	40,00	40,00
Délka paraboly reálná	436,72	463,80	456,63	506,49
Tloušťka paraboly	20,20	23,24	20,80	23,24
Tloušťka rovného za parabolou	15,00	15,00	14,00	14,00
Délka rovného za parabolou	138,28	111,20	118,37	68,51
Délka šikmého konce	100,00	100,00	100,00	100,00
Délka rovného konce	100,00	100,00	100,00	100,00
Tloušťka rovného konce	22,00	22,00	15,00	15,00

Tab. 8 Parametry finálního návrhu

Průhyb	99,08
Tuhost	396,05
H1	140,92
Hmotnost	91,42

Tab. 9 Výsledky analytického výpočtu

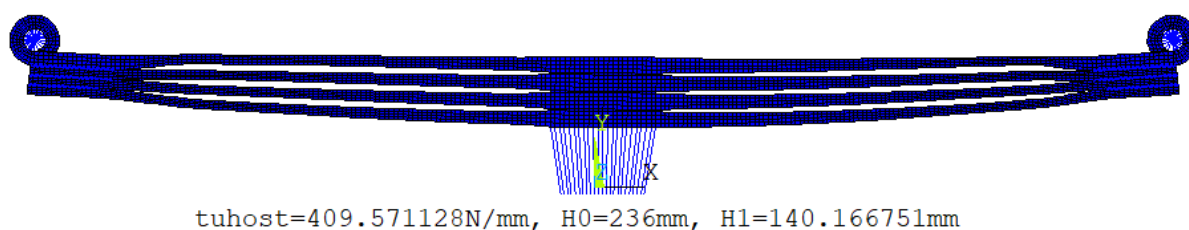


Obr. 53 Graf válcování konečného designu pružiny

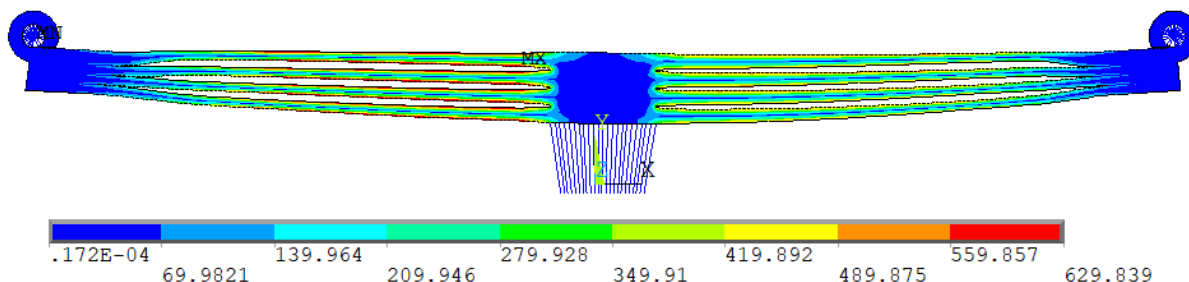
V grafu válcování jsou na průběhu tloušťky ostré zlomy, ty se však ve skutečnosti na pružině nevyskytují. Jednak není možné na válcovačce ostré přechody vytvořit a za druhé by takové hrany mohly působit jako koncentrátoři napětí, což by především na tahové straně listů mohlo způsobovat značné snížení životnosti pružiny. V popisu makra pro APDL již bylo zmíněno, že na modelu je místo ostrých zlomů tangenciální napojení.

### STATICKÉ ZATÍŽENÍ

V úvodu kapitoly je zmíněna rozdílná tuhost, ta samozřejmě vede ke zvýšení napětí při svislém zatížení pružiny na její poddajnější polovině. Obr. 54 vyobrazuje deformovaný stav pružiny a na obrázku pod ním pak napětí na listech, obojí při statickém zatížení.



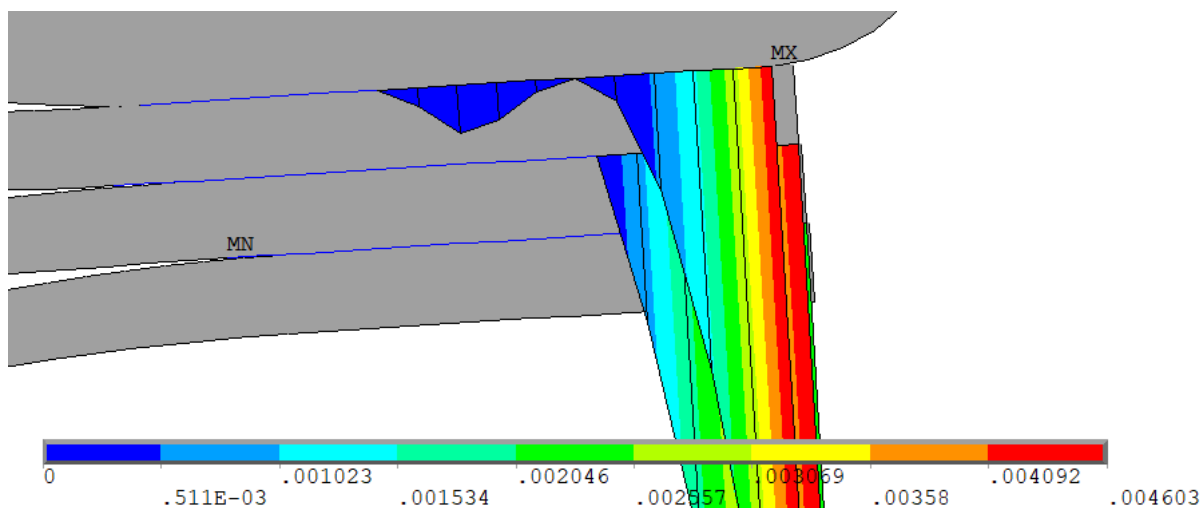
Obr. 54 Deformovaný tvar pružiny při statickém zatížení



Obr. 55 Napětí na listech při statickém zatížení

Ze zobrazení výše je patrné natočení středu pružiny, tento jev by bylo možné eliminovat natočením středu v opačném směru na pružině ve volném stavu. Jak však bylo zmíněno v předchozí kapitole, natočení středu vedlo v simulaci ke zvýšení napětí na listech. Možností by bylo natočení středu o velmi malý úhel, pouze kompenzující natočení vznikající při statickém zatížení. Jednodušším řešením, pokud by bylo vyžadováno, aby střed pružiny byl vodorovně nebo při jiném úhlu, se jeví změna uložení pružiny na vozidle. Pro natočení o malý úhel stačí změnit relativní výšku silentbloků, na kterých je pružina uložena. Je však diskutabilní, jaký přínos může mít malá změna úhlu středu, jelikož uložení zadního silentbloku je na otočném držáku, který umožňuje změnu rozteče ok při deformacích pružiny. Z jeho konstrukce vyplývá, že výška zadního silentbloku se bude v průběhu zatěžování měnit. Zvážit vliv tohoto jevu na pružinu, pérování a podvozek obecně je úkol náležící konstruktérovi konkrétního uložení přední nápravy.

Jednou ze sledovatelných hodnot pro ověření věrohodnosti výsledků MKP analýzy v případě zátěžných stavů více dotýkajících se těles, je kontaktní penetrace. Tato hodnota nám říká, k jak velkému průniku jednoho tělesa do druhého dochází. Jelikož byl během nastavování makra měněn i parametr kontaktní tuhosti, je dobré ověřit, zda nedochází k příliš velkým penetracím, které by mohly negativně ovlivnit výsledek.

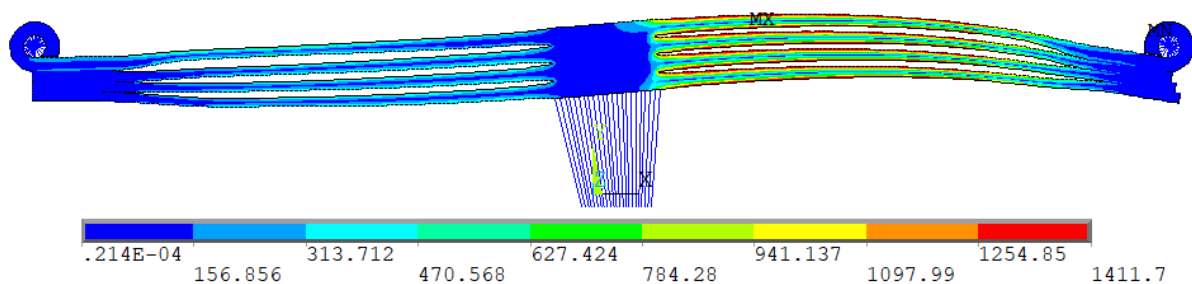


Obr. 56 kontaktní penetrace zadní části pružiny při statickém zatížení [mm]

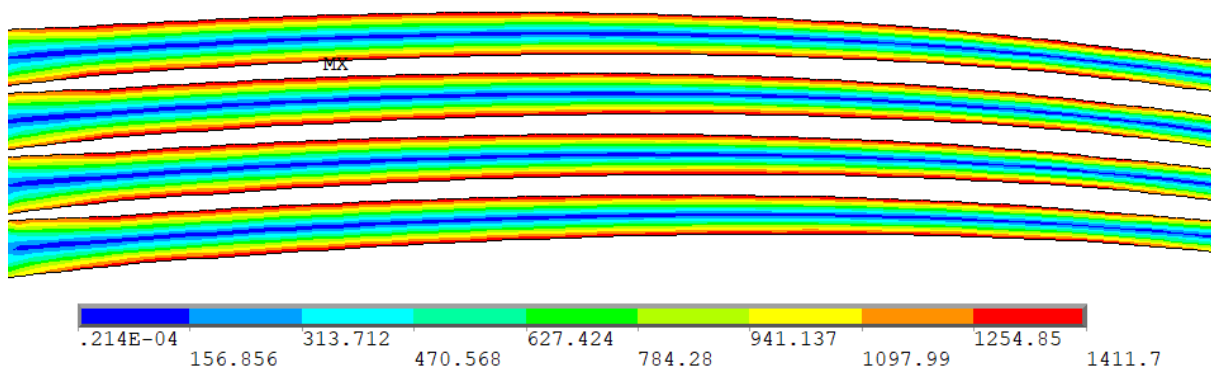
Hodnoty průniku elementů jsou dostatečně nízké, aby nedošlo k znatelnému ovlivnění výsledků. Obzvláště ve srovnání s deformacemi pružiny jsou tyto hodnoty velmi nízké.

### ZATÍŽENÍ PŘI BRZDĚNÍ

Hlavním cílem je však analýza zátěžného stavu pružiny při brzdění. Maximální napětí bylo možné dostat pod mez pevnosti materiálu. Běžný rozsah meze pevnosti pružinové oceli 51CrV4 je po zušlechtnění 1450 až 1600 MPa. Napjatost listů pod touto mezí však nestačí ke spolehlivému fungování pružiny, obzvláště pokud je vyžadována určitá životnost a tvarová stálost, se kterou se samozřejmě při výrobě pružin počítá. Proto je povrch pružiny upraven kulickováním, po kterém zůstane pod povrchem listu vneseno tlakové napětí.

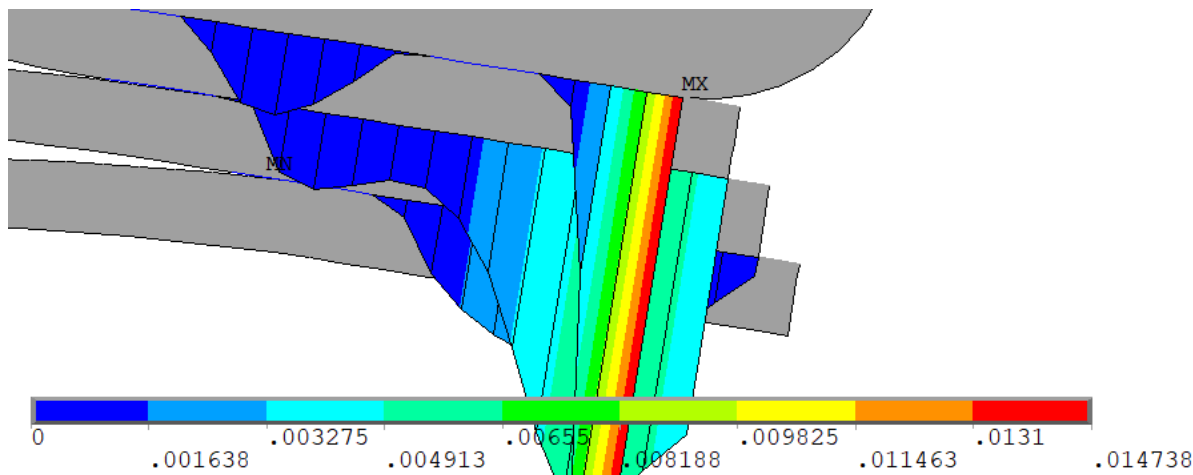


Obr. 57 Deformovaný tvar a napětí na listech pružiny při brzdění



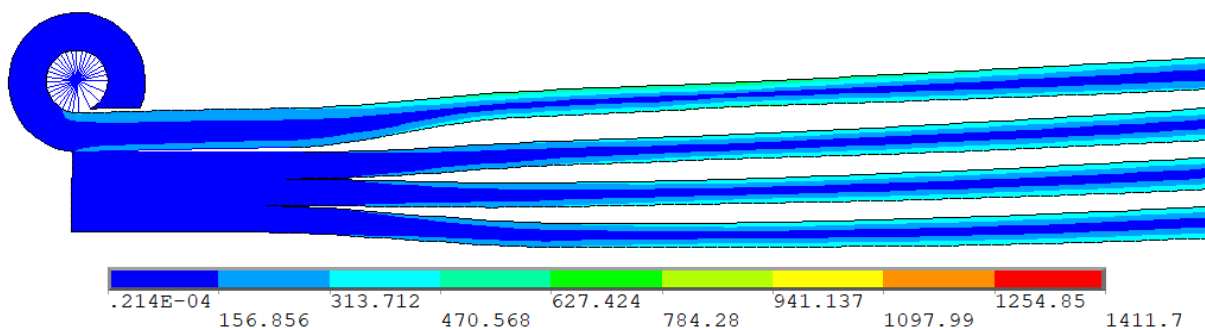
Obr. 58 Detail rozložení napětí na listech zadní části pružiny

Jelikož zatížení při brzdění je značně vyšší než statické, je vhodné i pro tento zátěžný stav ověřit vzájemné průniky elementů MKP modelu (obr.59). Přesto, že zde jsou penetrace řádově vyšší, stále jsou relativně nízké ve srovnání s deformací pružiny. Proto lze předpokládat, že výsledek simulace by neměl být negativně ovlivněn.



*Obr. 59 Průniky elementů při simulaci zátěžného stavu brzdění*

Při brzdění vzniká již dříve zmíněné tahové zatížení prvního listu přední části pružiny a s tím spojené namáhání listu po celé délce až do oka. Jelikož se do ok lisují silentbloky, což způsobí v oku určité napětí na směru rozevírání oka, je očekáváno, že napětí v oku bude i při větším zatížení pružiny minimální. I toto je ale potřeba ověřit.



*Obr. 60 Detail přední strany pružiny a oka.*

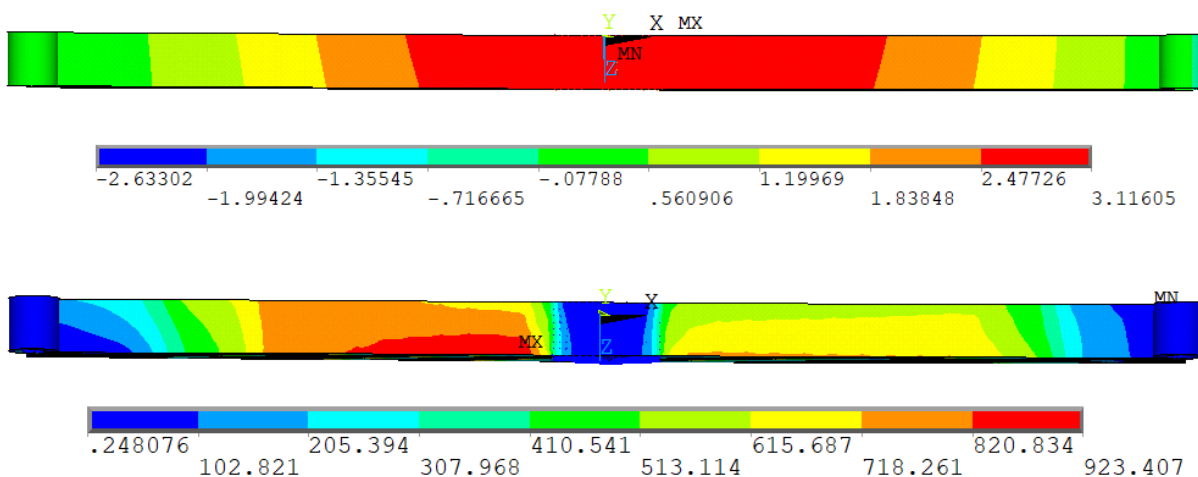
Při nastavení prvků držících vzájemnou polohu oka a jeho středu na compression-only, tedy na elementy přenášející pouze tlakové napětí, aby nepomáhaly oku při zatížení držet jeho tvar, bylo zjištěno že napětí v oku je ve srovnání s ostatním namáháním pružiny minimální. Oka pružin se záměrně dimenzují tak, aby i při předpětí silentbloeem nedocházelo k jeho velkému namáhání.

Bez povšimnutí by neměl zůstat ani fakt, že tahové namáhání prvního listu způsobí jeho odchýlení od druhého listu na části kontaktní plochy směrem ke středu pružiny. Na obr. 60 je tento jev pozorovatelný.



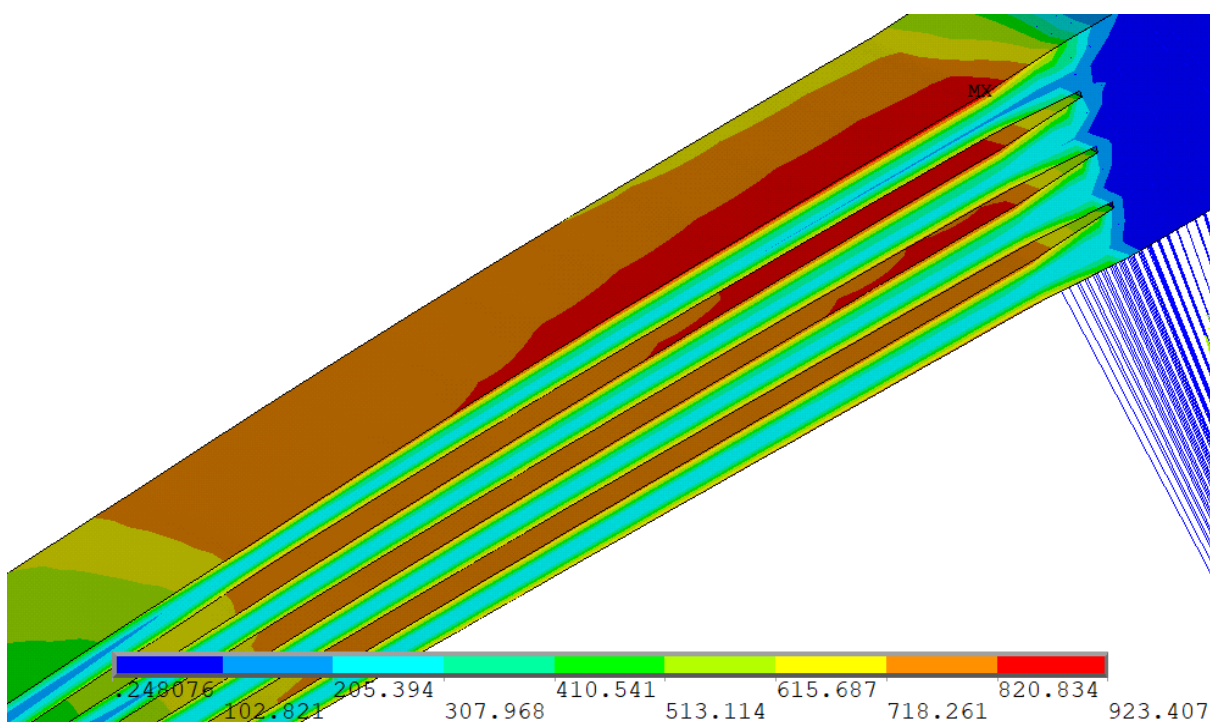
### ZATÍŽENÍ PŘI ÚHYBNÉM MANÉVRU

Tento zátěžný stav byl zatím pouze popsán a byly vypočítány působící síly. Simulace tohoto zatížení odpovídá předpokladům, že při působení boční síly nedochází k velkým průhybům listů a napětí je značně menší než při kritickém brzdění. Zajímavým jevem je minimální až žádný vzájemný posuv listů v konci. Svislá síla je dostatečně velká, aby boční síly přenesené jednotlivými listy nepřekonal statické tření. Níže vidíme výsledek simulace, prvním zobrazením je deformace v mm v bočním směru (posun na ose Z), pod deformací je rozložení napětí na prvním listu. Obě zobrazení jsou při pohledu shora.



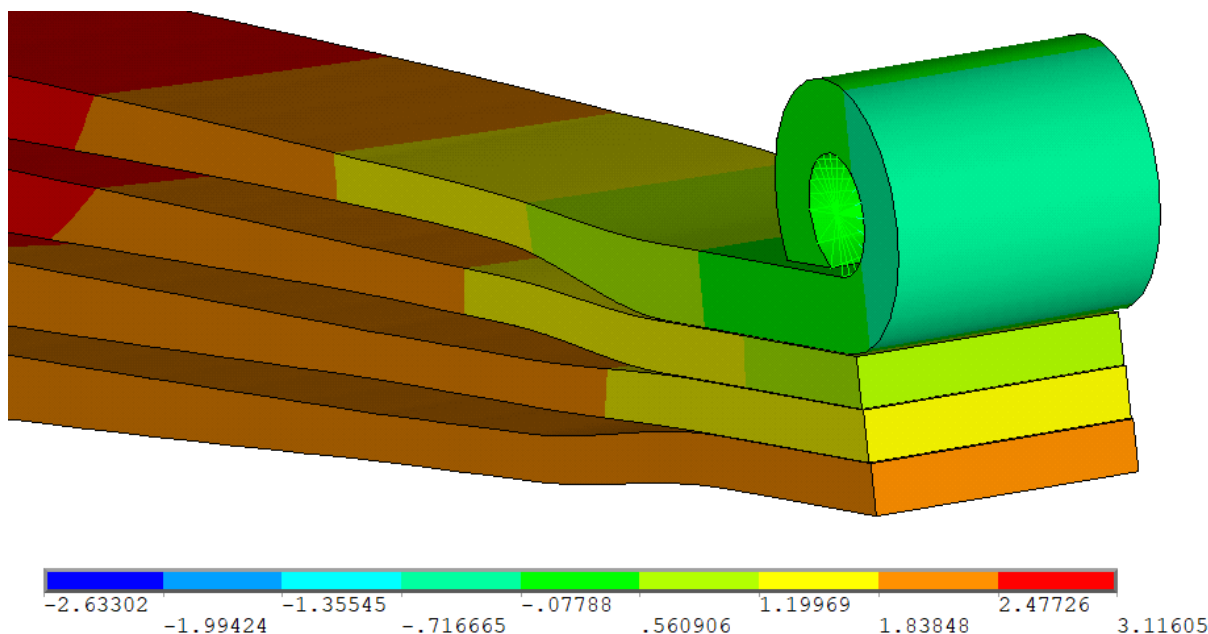
Obr. 61 Deformace a napětí na horním listu při bočním zatížení

Na obrázku na další straně je detail rozložení napětí na listech. Navzdory minimálnímu relativnímu posunu na konci pružiny lze pozorovat nerovnoměrné rozdělení napětí na listech tak, že první list má oblast vyššího napětí největší, kdežto na poslední listu je napětí nižší.



Obr. 62 Detail na rozložení napětí na listech při bočním zatížení





Obr. 63 Vzájemný posun konců listů pod okem

Přesto, že relativní posun listů při bočním zatížení vychází v simulaci skoro zanedbatelný, u reálných pružin je potřeba s ním počítat. Proto jsou běžně na pružinách na obou koncích umístěny spony. Spona na jednom konci je důležitá kvůli vzájemné rotaci listů, které jsou zpravidla k sobě chyceny jedním šroubem na středu pružiny. Tedy do té doby, než jsou zamontovány, tak jsou již v držáku pevně uchyceny k tělese tuhé nápravy.

Dvě spony pak mají význam tím vyšší, čím delší pružina je. V důsledku výrobních nepřesností nemusí být pružiny v koncích přesně zarovnané, navíc roviny kontaktních ploch mohou být natočené vzhledem ke středu pružiny.

První zmíněnou nepřesností reálných pružin je tzv. šavlovitost, tedy boční odchýlení provedení listu od pomyslné podélné osy listu. Druhou nepřesností pak je pootočení konců listů vůči sobě a vůči středu listu kolem již zmíněné pomyslné podélné osy listu.

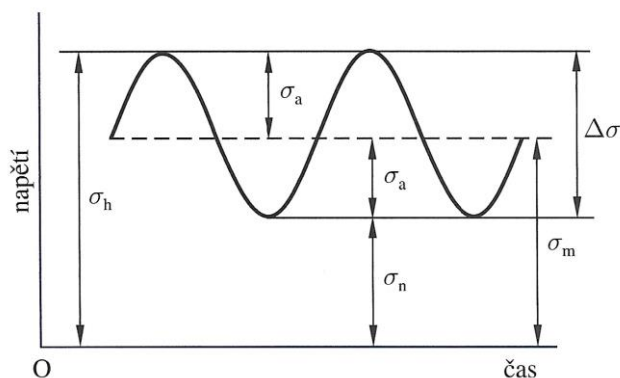
V následující tabulce je srovnání hodnot napětí symetrické a navržené pružiny:

Pružina	Levá strana		Pravá strana		Tuhost analyticky [N/mm]	Tuhost MKP [N/mm]	Max. napětí HMM statické [MPa]	Max. napětí HMM při brzdění [MPa]
	hp [mm]	Lp [mm]	hp [mm]	Lp [mm]				
Symetrická	23,5	950	23,5	950	395	410	584	1576
Finální návrh	22,5	960	25	920	396	410	630	1411

Tab. 10 Srovnání navržené a symetrické pružiny

### 3.4.4 ŽIVOTNOST NAVRŽENÉ PRUŽINY

Nedílnou součástí návrhu komponent vozidel a strojů je vyhodnocení životnosti. Obzvláště u pružin vozidel je počet zátěžných cyklů vysoký, neboť žádný povrch není ideálně rovný. Jelikož nebyla pro návrh pružiny měřena žádná charakteristika kmitání pružiny na vozidle, bude pro vyhodnocení životnosti pružiny při svislém zatížení zjednodušeně použit běžně používaný koeficient dynamické přírážky  $k=1,4$ . To znamená, že amplituda síly při jízdě přes nerovnosti se uvažuje jako maximálně 40% síly statického zatížení, tedy  $F_{un}=54936$  N. Uvažovaný zátěžný cyklus je harmonický pulzující. Zatížení takovouto silou nám na pružině dává maximum napětí 875 MPa při pulzujícím zátěžném cyklu. Amplituda napětí je tedy  $\sigma_a = 245$  MPa a střední napětí odpovídá napětí na pružině při stojícím naloženém vozidle  $\sigma_m = 630$  MPa.



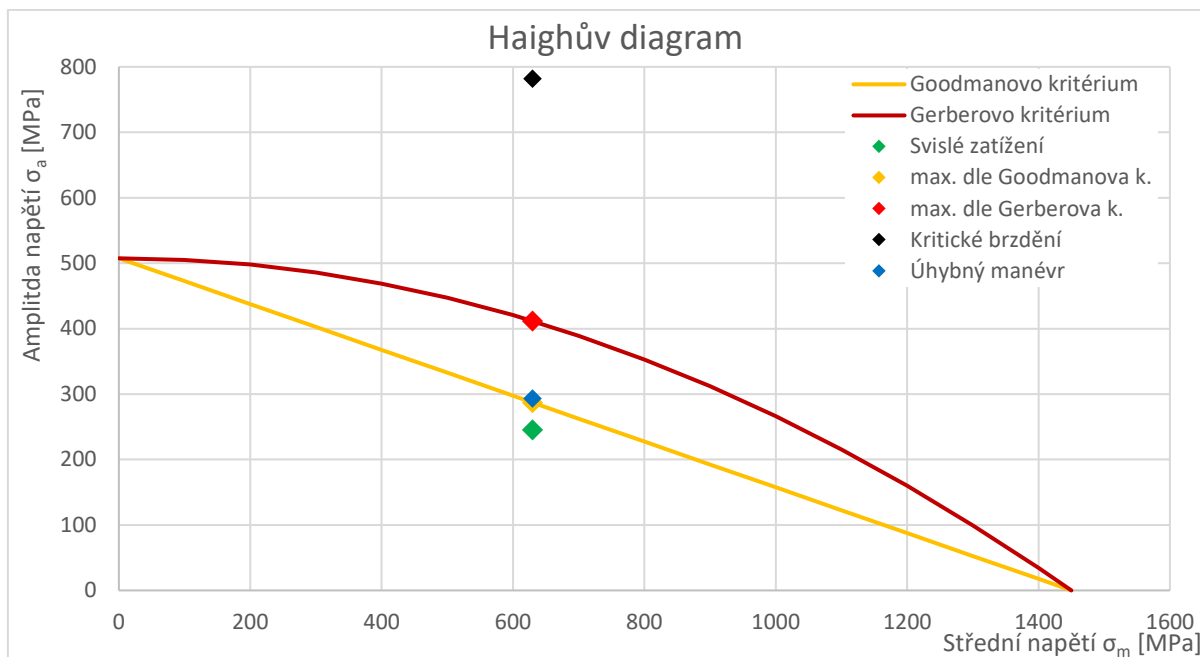
Obr. 64 Pulzující harmonický cyklus [24]

Pro stanovení únavové pevnosti existuje několik kritérií, jedním z konzervativnějších je Goodmanovo, které bude použito i pro výpočet navrhované pružiny. Jedním z méně konzervativních je Gerberovo, které je také zakresleno v následujícím grafu tzv. Haighově diagramu, zobrazujícím kritéria únavové pevnosti. Pokud se bod znázorňující únavový cyklus nachází nad přímkou (křivkou v případě Gerberova kritéria), pak během tohoto cyklu dojde k únavovému porušení.

Pro určení únavové pevnosti je potřeba znát materiálové vlastnosti a dopočítat další důležité konstanty.

- Materiálové:
  - $R_m=1450$  MPa,
  - $R_e=1300$  MPa. [27]
- Únavové:
  - $f=0,7$  [-] pro mez pevnosti 1450 MPa,
  - $k_{\sigma'Co}=0,35$  [-] pro martenzitické oceli,
  - $\sigma'Co = R_m \cdot k_{\sigma'Co} = 507$  MPa. [24]

Pomocí těchto konstant bylo možné sestavit grafy jako nástroj stanovení únavové pevnosti. Kromě pulzování svislé síly při přejezdu nerovností na vozovce uvažujeme i cyklus mezi statickým zatížením a kritickým brzděním a cyklus mezi statickým zatížením a prudkým zatáčením.



Obr. 65 Diagram s kritérii únavové pevnosti podle Goodmana a Gerbera [24]

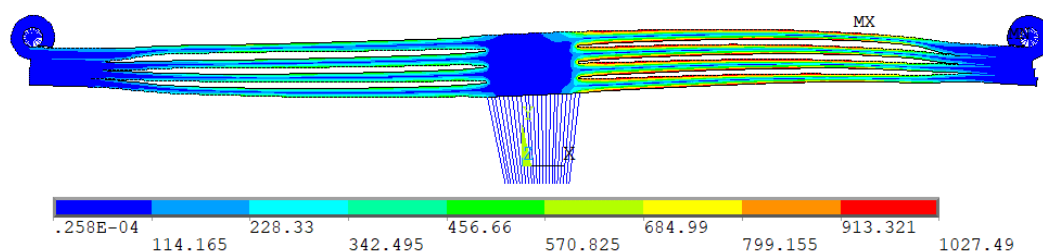
Z grafu je patrné, že svislé zatížení má rozumnou bezpečnost vůči meznímu stavu únavového porušení. Při použití Goodmanova kritéria dostáváme koeficient bezpečnosti  $k_{\text{Goodman}}=1,17$  a při použití Gerberova kritéria dokonce  $k_{\text{Gerber}}=1,68$ . Další vyšetřované zátěžné stavy však omezují životnost součásti. Pro tato zatížení je potřeba stanovit pravděpodobný počet cyklů do únavového lomu. Výpočet vychází z Wöhlerova diagramu závislosti amplitudy napětí na počtu cyklů do porušení, následující výpočet slouží k stanovení orientačního počtu cyklů do únavového lomu. Podle literatury lze v oblasti vysokocyklové únavy použít lineární aproximaci, je-li křivka vynesena v diagramu s logaritmickými souřadnicemi. [24]

$$N_f = \left( \frac{\sigma_a}{a} \right)^{\frac{1}{b}}$$

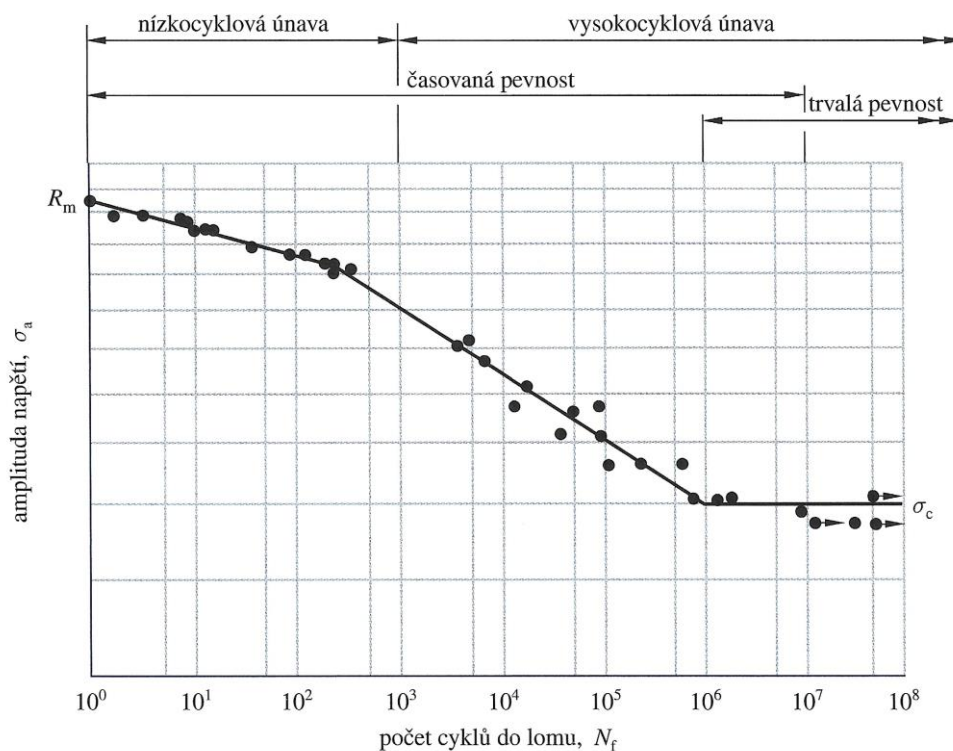
Kde:

$$a = \frac{(f \cdot R_m)^2}{\sigma_c}, \quad b = -\frac{1}{3} \cdot \log \left( \frac{f \cdot R_m}{\sigma_c} \right)$$

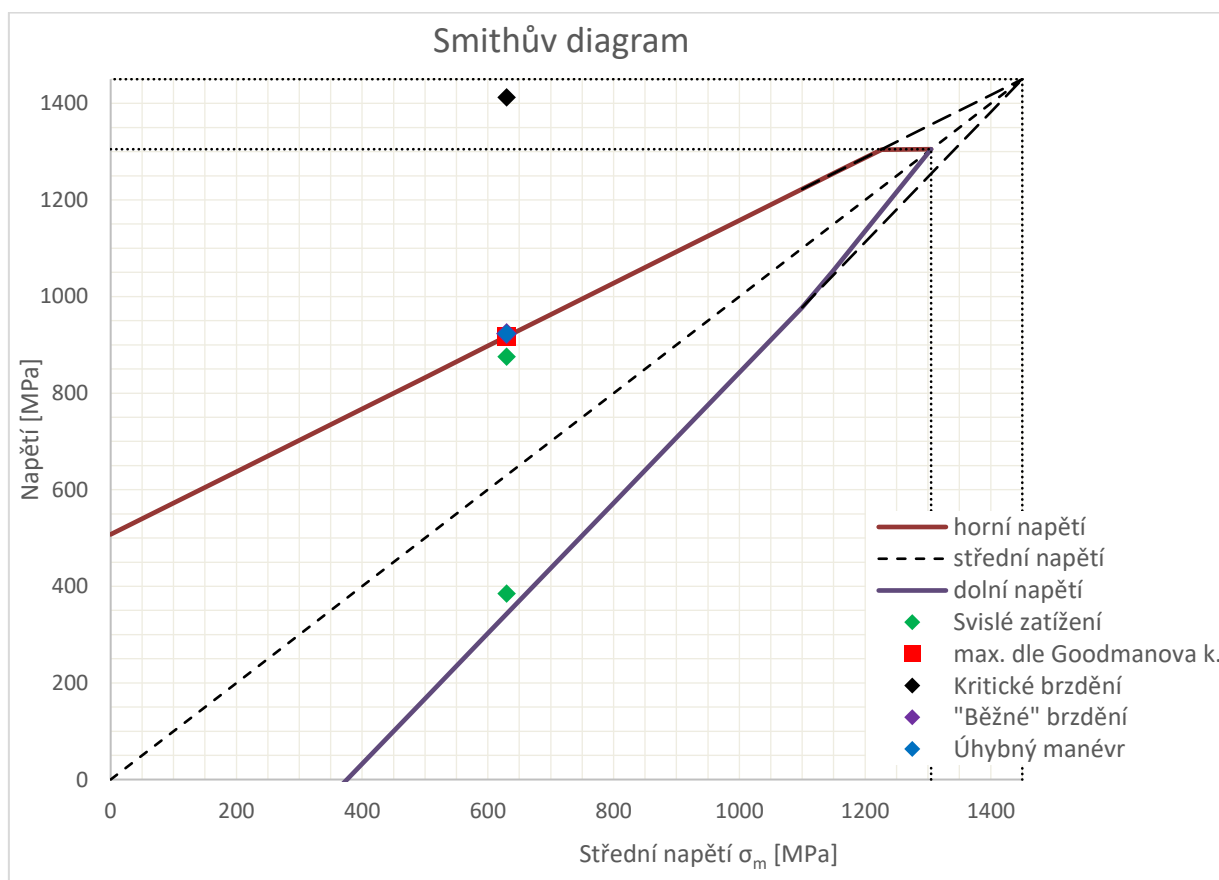
Tímto způsobem byl vypočítán počet cyklů do lomu pro všechny dříve zmíněné zátěžné stavy. Dále bylo potřeba stanovit zatížení běžně se vyskytující při brzdění, jelikož kritické brzdění není zátěžný stav vyskytující se s vysokou frekvencí. „Běžné“ brzdění bylo stanoveno jako zatížení podélnou silou  $F_{bb}=55$  kN, pro srovnání kritické již dříve zmiňované brzdění zatěžuje pružinu podélnou silou  $F_{rib}=70,2$  kN.



Obr. 66 Napětí na pružině při „běžném brzdění“



Obr. 67 Obecná Wöhlerova křivka [24]



Obr. 68 Smithův diagram

Zátěžný stav	Počet cyklů
Svislé zatížení	1 418 659 659
Úhybný manévr	238 518 172
"Běžné" brzdění	11 555 971
Kritické brzdění	13 450

Tab. 11 Počty cyklů do únavových lomů pro různá zatížení

Počet cyklů pro kritické brzdění se může jevit jako nízký, obzvlášť ve srovnání s ostatními zátěžnými cykly. Je ale třeba mít na paměti, že většina vozidel nebrzdí na hranici adheze každý den. Pokud by bylo uvažováno každodenní kritické brzdění, pak by čas do lomu byl poměrně značný.

$$t_{dl} = \frac{N_f}{N_{krit_{brz}} \frac{rok}{rok}} = \frac{13450}{365} = 38 \text{ let}$$

Z tohoto jednoduchého výpočtu je jasné, že životnost pružiny pro tento zátěžný stav je dostatečná. Je však potřeba vzít v potaz, že pružina není zatěžována pouze jedním z vybraných cyklů, ale zátěžné stavy se v provozu různě kombinují. Ke stanovení životnosti součásti, která je zatěžována více různými cykly se využívá výpočtu tzv. kumulativního únavového poškození.

#### KUMULATIVNÍ ÚNAVOVÉ POŠKOZENÍ

Tato metoda spočívá ve sčítání vlivu jednotlivých zatížení s požadovaným počtem cyklů. Využívá se Palmgrenovo-Minerovo pravidlo lineární kumulace poškození:

$$\sum \frac{n_i}{N_{fi}} = c$$

Kde  $c$  je experimentálně určovaný parametr nabývající hodnot  $0,7 < c < 2,2$ . Je ovšem možné jej deterministicky stanovit jako stupeň poškození, kdy při nabytí hodnoty  $c=1$  dochází k únavovému lomu. Je-li potřeba zjistit životnost z vypočítaných napětí, je možné položit parametr roven jedné, čímž z rovnice získáme počet cyklů do lomu. [24]

V případě uvažované pružiny si však stanovíme požadovanou životnost a výpočtem následně ověříme, jaký bude koeficient bezpečnosti vůči únavovému porušení. Nejprve je potřeba stanovit si požadavky na počty cyklů, předpokládám užívání pružiny po dobu životnosti vozidla tj. 20 let.

Nerovností se na vozovkách nachází mnoho, ale pro dynamický rozkmit statického zatížení vychází nekonečná životnost s rezervou amplitudy napětí, proto pro tento zátěžný stav není potřeba stanovovat požadovaný počet cyklů během života pružiny.

Ostré zatáčení a úhybné manévry řidič nákladního vozu v běžném provozu neprovádí často, obzvlášť jedná-li se o vozidlo převážně se pohybující po dálnici. U vozidel primárně určených na mimodálňní provoz se zase neočekává tak vysoký kilometrový nájezd za jednotku času. V Haighově diagramu leží toto zatížení i pod konzervativnější přímkou Goodmanova kritéria pro nekonečnou životnost, přesto byl proveden odhad počtu těchto zátěžných cyklů za život pružiny.

Bude-li uvažován řidič provozující jízdu na hranici adheze pneumatik (což je s naloženým nákladním vozidlem nerozumné a nebezpečné), stanovíme počet velmi ostrých zatáčení na 50 za den. Jde opět o konzervativní volbu, jelikož vozidlo nepojede vždy plně naložené a také nepojede vždy po suché a čisté vozovce. Za 20 let pak pružina vykoná 365000 cyklů.

Další nutnost je stanovit počet cyklů „běžného“ brzdění. K tomu je potřeba dodat, že zde nazývané „běžné“ brzdění je vlastně středně až nadprůměrně intenzivní. Budeme uvažovat velmi využívané vozidlo častěji se pohybující v hustém provozu, stanovíme počet středně intenzivních brzdění na 100 denně. To za 20 let činí  $7,3 \cdot 10^5$  cyklů.

Klíčové je však stanovení počtu kritických brzdění, jelikož napětí při tomto zatížení může již značně ovlivňovat životnost. Určení počtu cyklů však není jednoduché, může se stát, že není kriticky brzděno i celé týdny nebo měsíce, na druhou stranu ale může řidič uvažovaného vozidla zažít den, kdy jej neukázněný řidič donutí kriticky brzdít i čtyřikrát. Jedná se ale o 20 let provozu, takže pokud stanovíme průměrnou hodnotu na 1x týdně, za celou dobu provozu to pak představuje 1043 kritických brzdění. V následující tabulce jsou shrnuty životnostní požadavky na pružinu:

Zátěžný stav	Cyklů do lomu	Požadovaný počet cyklů
Svislé zatížení	$\infty$	$\infty$
Úhybný manévr (1)	238 518 172	365000
"Běžné" brzdění (2)	11 555 971	730000
Kritické brzdění (3)	13 450	1043

Tab. 12 požadavky na počty jednotlivých zátěžných cyklů

Nyní je využit dříve zmíněný výpočet pro zjištění, zda budou životnostní požadavky splněny, případně s jakou bezpečností. Navzdory teoretické neomezené životnosti pro zátěžný stav ostrého zatáčení/úhybného manévru bude ve výpočtu i tento uvažován.

$$c_u = \frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \frac{n_3}{N_3} = \frac{365000}{238 \cdot 10^6} + \frac{730000}{11,5 \cdot 10^6} + \frac{1043}{13450} = 0,142$$

Má-li parametr při porušení hodnotu jedna, pak bezpečnost vůči únavovému porušení bude:

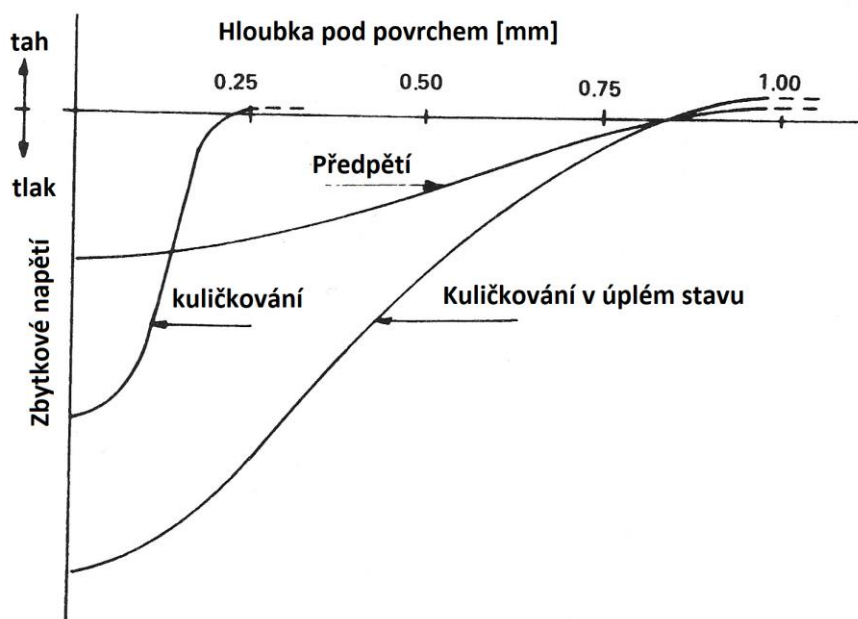
$$k_s = \frac{1}{c_u} = 7,04$$

S takto vysokým koeficientem bezpečnosti vůči únavovému porušení lze poměrně s jistotou konstatovat, že pružina 20 let na voze z hlediska životnosti opravdu vydrží. Pokud tedy byly během návrhu správně zvoleny konstanty, koeficienty a jiné parametry. Zde však byla většina parametrů volena velmi konzervativně.

## KULIČKOVÁNÍ

Nezanedbatelný vliv na životnost všech ocelových pružin má tzv. kuličkování nebo brokování. Jedná se o tryskání kuliček o malém průměru vysokou rychlostí na povrch tělesa, jehož odolnost vůči únavovému porušení chceme zvýšit. Kuličkování se řadí mezi procesy tváření za studena. Dopadající kuličky způsobují plastické deformace na povrchu pružiny. Tímto se pod povrch vnese tlakové napětí. Tento efekt je ještě umocněn, jsou-li listy pružin brokovány na tahové straně v tzv. upnutém stavu, tahové napětí pružiny při kuličkování je na povrchu materiálu snižováno. Po uvolnění pružiny je pak povrch ještě více zatížen tlakovým napětím.

Celý důvod této úpravy povrchu je v principu tvorby únavového porušení. Tvorba a především propagace únavových lomů je daleko rychlejší při tahovém namáhání materiálu. Naopak tlakové napětí mikro trhliny spíš „drží při sobě“. Proto má vnesení tlakového napětí do povrchu materiálu tak pozitivní vliv. Zároveň je však ovlivněna relativně tenká povrchová vrstva, takže na chování celé součásti má minimální vliv, závislý samozřejmě na tloušťce materiálu. Tenká ovlivněná vrstva povrchu však na zlepšení životnosti bohatě stačí, jelikož je velmi nepravděpodobné, že by únavová trhlina vznikala od středu materiálu a dál se šířila k povrchu, mnohem běžnější je postup trhliny od povrchu ke středu. Podrobnější vliv kuličkování na vlastnosti povrchu, rozbor procesu a jeho reálný (kladný) dopad na životnost jsou již bohužel nad rámec této práce.

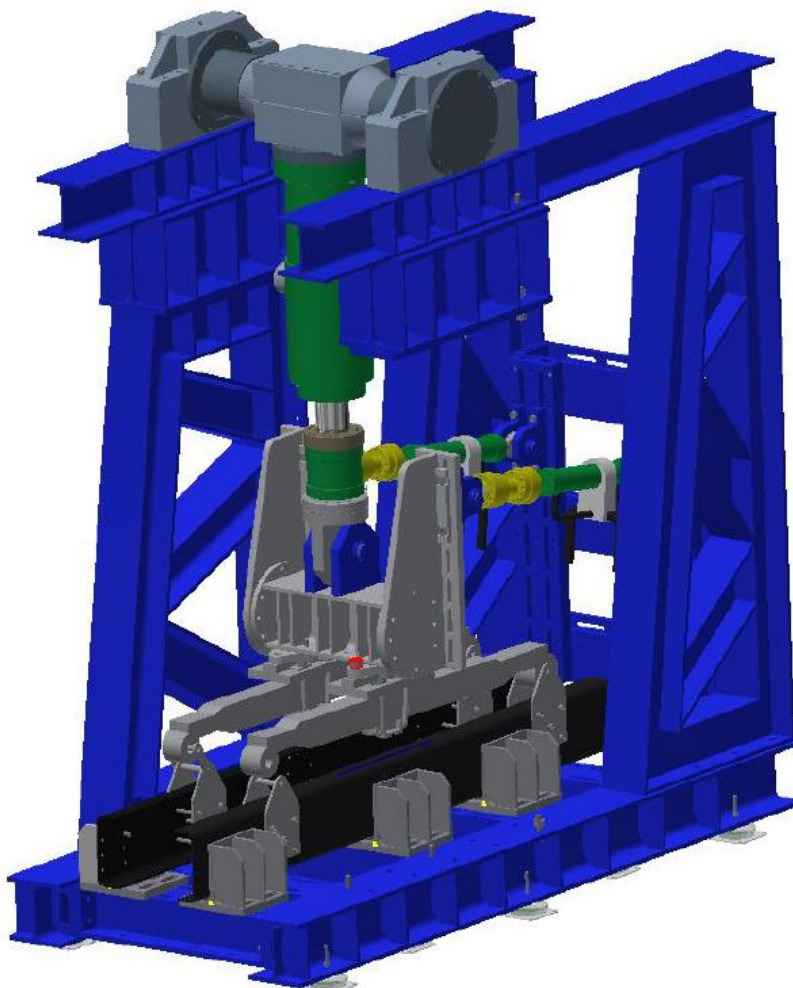


Obr. 69 Vnesené napětí při kuličkování a kuličkování v upnutém stavu [12]



### 3.4.5 TESTOVÁNÍ ZATÍŽENÍ PŘI BRZDĚNÍ

Tento oddíl naváže na podkapitolu 2.3.1 v souvislosti s výsledky simulace zatížení MKP modelu. Bylo zjištěno, že tahové napětí v přední části pružiny na prvním listu při prudkém brzdění je relativně nízké ve srovnání s ohybovým zatížením listů zadní poloviny pružiny. Proto je navrženo ustoupit od měření zatížení jen od podélné síly a uzpůsobit měřicí aparát tak, aby bylo možné zatížit pružinu brzdícím momentem, tedy aplikovat podélnou sílu na střed pružiny na takovém rameni, aby způsobené momentové zatížení odpovídalo provozu. Jedno takové testovací zařízení je na obrázku níže. Obrázek kompletního zařízení byl vybrán záměrně jako názornější než schéma podobné tomu, jež je použito v podkapitole o podélném zatížení.



Obr. 70 Zařízení na simulaci zátěžných stavů při brzdění [26]

Při testování pružiny bude nejprve aplikováno svislé zatížení, následně se svislé zatížení zvyšuje zároveň s aplikací podélné síly, která je aplikovaná na rameni dlouhém tak, aby zatížení odpovídalo reálnému brzdícímu momentu. Jelikož síly při těchto zátěžných stavech nejsou malé, je potřeba, aby testovací zařízení disponovalo značnou robustností.

Je-li vhodně zvolen systém aplikace sil, např. hydraulické válce jako u zařízení na obrázku výše, je pak možné na takovém zařízení testovat i životnost pružiny při cyklickém zatěžování.



## ZÁVĚR

Cílem této práce bylo navrhnout nesymetrickou parabolickou pružinu pro nákladní vozidlo. Pro splnění tohoto úkolu bylo nejdříve stanoveno silové působení na parabolickou pružinu při provozních zátěžných stavech – statickém zatížení, úhybný manévr a provozní a kritické brzdění. Designů pružiny pak bylo analyticky navrženo několik, včetně referenční souměrné pružiny, která umožnila srovnat přínos asymetričnosti. Pro sledování vlivu vybraných parametrů pružiny byl sestaven výpočtový MKP model. Na modelech výše zmíněných pružin byly simulovány zátěžné stavy, s cílem analyzovat především rozložení i maxima napětí.

Výsledky potvrdily předpoklad, že největší napětí na pružině je při kritickém brzdění, což je zátěžný stav, kterému je finální design pružiny uzpůsoben nejvíce. Během zatáčení má stále větší vliv na napětí pružiny svislé zatížení než boční, což je v souladu s navrženým poměrem šířky a tloušťky jednotlivých listů. Žádné ze zjištěných napětí nebylo na finálním návrhu nad mezí pevnosti materiálu. Nad mezí kluzu se nacházelo pouze napětí při brzdění. Maximum je na povrchu tahové strany listů, ta je však kuličkována v upnutém stavu a tento proces vnese do povrchu a do malé hloubky pod něj tlaková napětí, která v praxi prokázala kladný vliv na mez únavy tahových stran listů.

Parametry finálního návrhu pružiny byly voleny na základě sledování vlivů různých rozměrů na napjatost především při kritickém brzdění. Výsledky simulací ukázaly, že parabolický průběh tloušťky listů (nazývaný válcování listů) má vliv nejen na velikost napětí, ale především na jeho rozložení na délce listů. Zkoumání vlivu natočení středu pružiny na napětí na listech při brzdění vedlo k závěru, že tento vliv pozitivní není. Při srovnání finálního designu se symetrickou pružinou došlo k značnému snížení maxima napětí na pružině při brzdění. Nesymetrické válcování listů pružiny ovšem vede ke snížení tuhosti přední části pružiny, což způsobuje zvýšení napětí při svislém zatížení. Jak ale ukázaly následně provedené výpočty, nemá to negativní dopad na životnost. Srovnání hodnot maxim napětí finální a symetrické pružiny je uvedeno v tab.10 (str.49).

Během analýzy zátěžných stavů a výpočtu zatížení, stejně tak jako při následném výpočtu životnosti, bylo potřeba stanovit příslušné koeficienty a vybrat vhodná kritéria. Volba byla vždy spíše konzervativní. Takto je zajištěno, že budou splněna všechna kritéria. Nevýhodou konzervativního výpočtového přístupu pak může být naddimenzování navrhované součásti. Z výsledků simulace napjatosti bylo možné stanovit počet cyklů do únavového porušení při jednotlivých zatíženích a následně stanovit, zda bude životnost pružiny vyšší než požadovaná. Požadavky na počty cyklů jsou uvedeny v tab.12 (str.54). Výpočet kumulativní životnosti prokázal, že životnost by měla bez problémů přesáhnout 20 let, a to i při poměrně častém kritickém brzdění, které má na životnost pružiny dle výsledků analýzy napjatosti největší vliv.

Dalším cílem bylo navrhnout měření podélného zatížení pružiny při brzdění. Simulace zátěžných stavů na MKP modelu však ukázaly, že samotné podélné zatížení rizikem pro pružinu není, a to navzdory tomu, že tahové namáhání se týká pouze prvního ze čtyř listů. Napětí bylo v přední části prvního listu ve srovnání s ohybovým napětím na zadní straně pružiny relativně malé. Z toho vyplývá, že vhodným zařízením k takovému testování by bylo takové, které bude umět aplikovat i brzdňý moment a bude tak lépe simulovat zatížení pružiny při kritickém brzdění.

## POUŽITÉ INFORMAČNÍ ZDROJE

- [1] ŠUMAN-HREBLAY, Marián. *Taxi, Popelářská a speciální vozidla: české a slovenské víceúčelové automobily od r. 1906*. Brno: CPress, 2013. Autosalon. ISBN 978-80- 264-0175-9.
- [2] JAN, Zdeněk, Bronislav ŽDÁNSKÝ a Jiří ČUPERA. *Automobily. (1), Podvozky*. 5. vydání. Brno: Avid, spol. s r.o., 2016. ISBN 978-80-87143-36-0.
- [3] VLK, František. *Podvozky motorových vozidel. 3., přepracované, rozšířené a aktualizované vydání*. Brno: František Vlk, 2006. ISBN 80-239-6464-X.
- [4] KOVANDA, Jan, Ivo RESL a Jiří SOCHA. *Konstrukce automobilů: pérování vozidel*. Praha: České vysoké učení technické, 1997. ISBN 80-01-01624-2.
- [5] GILLESPIE, Thomas. D. *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. Warrendale: Society of Automotive Engineers, 1992. 519 s. ISBN 1-56091-199-9.
- [6] Podvozek. *AGROTEC* [online]. 2012 [cit. 2018-01-13]. Dostupné z: <http://iveco.agrotectrucks.cz/trakker-podvozek>
- [7] Scania nejen ve znamení jedinečné technologie EGR. *Motorinfo* [online]. 2012 [cit. 2018-01-06]. Dostupné z: <http://www.motorinfo.cz/scania-nejen-ve-znameni-jedinecne-technologie-egr>.
- [8] *Antique automobile club* [online]. [cit. 2018-01-13]. Dostupné z: <http://www.aaca.org/>
- [9] Tatrovácká koncepce. *TATRA* [online]. 2014 [cit. 2018-01-13]. Dostupné z: <http://www.tatra.cz/proc-tatru/technicka-koncepce-tatra/tatrovacka-koncepce/>
- [10] The suspension Bible. *Car Bibles* [online]. [cit. 2018-01-13]. Dostupné z: [http://www.carbibles.com/suspension\\_bible.html](http://www.carbibles.com/suspension_bible.html)
- [11] Trailer suspension. *Trailer Sauce* [online]. [cit. 2018-01-13]. Dostupné z: <http://www.trailersauce.co.nz/equipment/suspension/>
- [12] SAE Spring Committee. *Spring Design manual. Second edition AE-21*. Warrendale: Society of Automotive Engineers, 1996. 401s.
- [13] Jízdní dojmy Volvo XC60: Čekal někdo něco jiného? *Auto.cz* [online]. 2017 [cit. 2018-01-13]. Dostupné z: <http://www.auto.cz/jizdni-dojmy-volvo-xc60-cekal-nekdo-neco-jineho-107240>
- [14] Parabolic leaf spring. *Akar auto industries LTD.* [online]. [cit. 2018-01-13]. Dostupné z: <https://www.akartoolsLtd.com/products/leaf-springs/parabolic-leaf-spring.html>
- [15] Listové pružiny parabolické. *HŽP a.s.* [online]. 2017 [cit. 2018-01-14]. Dostupné z: <http://www.hzp.cz/listove-pruziny-parabolicke>

- [16] PTÁČEK, Petr a Aleš KAPLÁNEK. *Přeprava nákladu v silniční nákladní dopravě*. Brno: CERM, 2002. ISBN 80-7204-257-2.
- [17] BRADÁČ, Albert. *Soudní inženýrství*. Dot. 1. vyd. Brno: CERM, 1999. ISBN 80-7204-133-9.
- [18] Mechanical APDL Command reference. *SHARCNET* [online]. [cit. 2018-04-23]. Dostupné z: [https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/ans\\_cmd/Hlp\\_C\\_CmdTOC.html](https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/ans_cmd/Hlp_C_CmdTOC.html)
- [19] Objemové hmotnosti produktů a materiálu Tab. č.: 157. *Normativy pro zemědělskou a potravinářskou výrobu* [online]. [cit. 2018-04-30]. Dostupné z: [www.agronormativy.cz/docs/rpttab5020001.pdf](http://www.agronormativy.cz/docs/rpttab5020001.pdf)
- [20] ČSN EN 10092-1 (425582) *A Ocelové tyče ploché válcované za tepla na pružiny*. Část 1, Tyče ploché - Rozměry, mezní úchytky rozměrů a tolerance tvaru = Hot rolled spring steel flat bars. Part 1, Flat bars - Dimensions and tolerances on shape and dimensions. Praha: Český normalizační institut, 2004.
- [21] STEERING FRONT AXLE FOR VOLVO F12/F16. *Trucks.nl* [online]. [cit. 2018-05-10]. Dostupné z: <https://www.trucksnl.com/used-volvo-steering-front-axle-for-volvo-f12-f16-4275470-vd>
- [22] Fabricated Front Steer Axle Systém. *HENDRICKSON* [online]. [cit. 2018-05-10]. Dostupné z: <https://www.hendrickson-intl.com/Truck/Fire-Rescue/STEERTEK-NXT-Fire>
- [23] VRBKA, Jan. *Pružnost a pevnost I. Učební text*. Brno: Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky, Fakulta strojního inženýrství VUT v Brně, 2011.
- [24] SHIGLEY, Joseph Edward, Charles R. MISCHKE, Richard G. BUDYNAS a Miloš VLK. *Konstruování strojních součástí*. V Brně: VUTUM, 2010. Překlady vysokoškolských učebnic. ISBN 978-80-214-2629-0. Dostupné také z: <http://www.digitalniknihovna.cz/mzk/uuid/uuid:6789ee90-02bf-11e5-a8ce-005056827e52>
- [25] Hoesch Hihenlimburg AG. *Warm geformte Federn: Konstruktion und Fertigung*. V Bochumi: Druckerei & Verlag W. Stumpf, 1987.
- [26] GIANNAKIS E., M. MALIKOUTSAKIS and G. SAVAYDIS. *Fatigue Design of Leaf Springs for New Generation Trucks*. [online]. 2016 IOP Publishing Ltd. [cit. 2018-05-20]. Dostupné z: <http://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/161/1/012065/meta#references>
- [27] *Přehled vlastností oceli 51CrV4*. bolzano.cz © 2018 [cit. 2018-05-20]. Dostupné z: [https://www.bolzano.cz/assets/files/TP/MOP\\_%20Tycova\\_ocel/EN\\_10083/MOP\\_51CrV4.pdf](https://www.bolzano.cz/assets/files/TP/MOP_%20Tycova_ocel/EN_10083/MOP_51CrV4.pdf)

## SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ

$a$	[-]	Konstanta pro výpočet únavové pevnosti
$a_{boční}$	[m·s <sup>-2</sup> ]	Teoreticky dosažitelné boční zrychlení
$b$	[-]	Konstanta pro výpočet únavové pevnosti
$c_u$	[-]	Parametr výpočtu životnosti
$F$	[N]	Zatěžující síla
$f$	[-]	Výpočtový koeficient životnosti
$F_{b1}$	[N]	Podélná brzdňá síla na přední nápravě
$F_{b2}$	[N]	Podélná brzdňá síla na zadní nápravě
$F_{bo1}$	[N]	Boční síla působící na nápravu
$F_{boční}$	[N]	Boční síla působící na pružinu
$F_d$	[N]	Setrvačná síla v podélném směru
$F_g$	[N]	Tíhová síla
$F_{r1}$	[N]	Zatížení pružiny na přední nápravě
$F_{r1b}$	[N]	Svislé zatížení pružiny při brzdění
$F_{r1c}$	[N]	Zatížení na přední nápravě
$F_{r1s}$	[N]	Statická složka zatížení přední pružiny
$F_{r2}$	[N]	Zatížení pružiny na zadní nápravě
$F_{r2s}$	[N]	Statická složka zatížení zadní pružiny
$F_{rd1}$	[N]	Složka svislé síly zatížení přední pružiny při brzdění
$F_{rd2}$	[N]	Složka svislé síly zatížení zadní pružiny při brzdění
$F_{zat}$	[N]	Svislá síla působící na pružinu při zatáčení
$F_{zatSv}$	[N]	Složka svislé síly od zatáčení
$h_p$	[mm]	Výška teoretické paraboly
$J_y$	[mm <sup>4</sup> ]	Kvadratický moment průřezu
$k$	[mm]	Vzdálenost těžiště od osy zadní nápravy
$k_s$	[-]	Koeficient bezpečnosti
$k_{\sigma'Co}$	[-]	Poměr $\sigma'_{Co}/R_m$
$L$	[mm]	Délka listu
$LO$	[mm]	Volná výška pružiny
$LI$	[mm]	Výška pružiny při zatížení $F_1$
$l_{fb1}$	[mm]	Rameno brzdňé síly (momentu)
$L_p$	[mm]	Délka teoretické paraboly

$L_R$	[mm]	Rozvor
$M_{brzdny}$	[N·m]	Brzdny moment
$M_o$	[N·m]	Ohybovy moment
$N_f$	[-]	Pocet cyklů do únavového lomu
$R_e$	[MPa]	Mez kluzu
$r_{kola}$	[mm]	Poloměr kola
$R_m$	[MPa]	Mez pevnosti
$t_{dl}$	[roky]	Čas do únavového lomu
$T_{xp}$	[mm]	Vzdálenost těžiště od osy přední nápravy
$T_{xz}$	[mm]	Vzdálenost těžiště od osy zadní nápravy
$T_y$	[mm]	Výška těžiště
$\mu_x$	[-]	Součinitel adheze v podélném směru
$\mu_y$	[-]	Součinitel adheze v příčném směru
$\sigma'_a$	[MPa]	Amplituda napětí únavového cyklu
$\sigma'_{Co}$	[MPa]	Korigovaná mez únavy